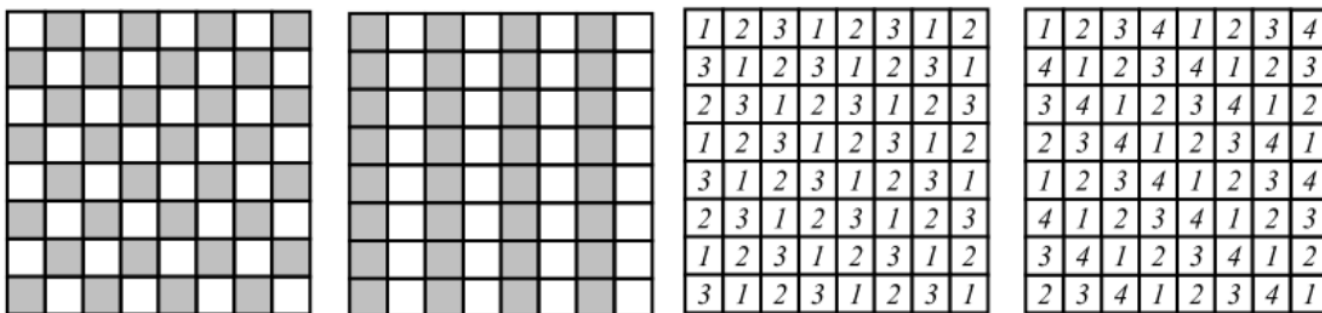


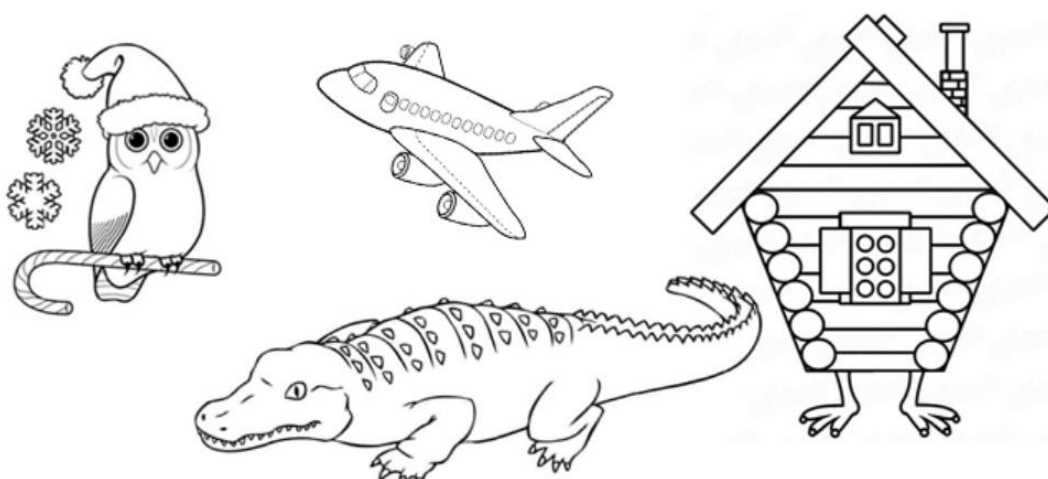
Раскраски

- а) Какую клетку можно выпилить в доске 5×5 , чтобы оставшуюся часть можно было разрезать на доминошки? б) У шахматной доски выпилены две противоположные угловые клетки. Можно ли такую испорченную доску распилить на доминошки?
- Может ли шахматный конь обойти доску 5×5 , начав в левом нижнем углу и закончив в соседней по стороне клетке, побывав при этом в каждой клетке доски ровно один раз?
- На каждой клетке доски 7×7 сидит крокодил. а) По команде все крокодилы одновременно переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом хотя бы в одной клетке будет несколько крокодилов. б) По команде все крокодилы переползают в одну из соседних по диагонали клеток. Докажите, что после этого найдётся 7 свободных клеток.
- На доске 8×8 для "морского боя" стоит 3-палубный корабль. Какое наименьшее число выстрелов необходимо сделать, чтобы наверняка ранить его?
- Можно ли квадрат 10×10 разрезать на части 1×4 ?
- В центре куба $3 \times 3 \times 3$ сидит весёлая сова. Доказать, что он, перепрыгивая через ребра, не сможет обойти все кубики $1 \times 1 \times 1$ по одному разу.
- Из клетчатой бумаги размером 8×8 клеточек вырезали 8 квадратиков 2×2 (режут по линиям сетки). Докажите, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.

Раскраски, которые вам помогут



Раскраски, которые вам не помогут



Дополнительные задачи

8. В левый нижний угол шахматной доски 8×8 поставлено в форме квадрата 3×3 девять фишек. Фишка может прыгать на свободное поле через рядом стоящую фишку, то есть симметрично отражаться относительно её центра (прыгать можно по вертикали, горизонтали и диагонали). Можно ли за некоторое количество таких ходов поставить все фишки вновь в форме квадрата 3×3 , но в другом углу:

- а) левом верхнем,
- б) правом верхнем?

9. Назовём крокодильчиком фигуру, ход которой заключается в прыжке на клетку, в которую можно попасть сдвигом на одну клетку по вертикали или горизонтали, а затем на N клеток в перпендикулярном направлении (при $N = 2$ "крокодил" – это шахматный конь). При каких N "крокодил" может пройти с каждой клетки бесконечной шахматной доски на любую другую?

10. Назовем крокодилом шахматную фигуру, ход которой заключается в прыжке на m клеток по вертикали или по горизонтали, и потом на n клеток в перпендикулярном направлении. Докажите что для любых m и n можно так раскрасить бесконечную клетчатую доску в 2 цвета (для каждого конкретных m и n своя раскраска), что всегда 2 клетки, соединенные одним ходом крокодила, будут покрашены в разные цвета.