

Письменное занятие

Задача 1. Из квадрата 11×11 легко вырезать квадрат площади 100 с вершинами в углах клеток. А как вырезать из него квадрат площади 101 (тоже с вершинами в углах клеток)?

Задача 2. Основание равнобедренного треугольника равно 30, а боковая сторона 25. Найдите длину высоты, проведенной к основанию.

Задача 3. Монету бросают трижды. Сколько различных последовательностей орлов и решек можно получить? А если монету бросать 100 раз?

Задача 4. Разрежьте квадрат 7×7 на

- a)** квадраты 4×4 , квадрат 3×3 и 4 равных прямоугольных треугольника;
- b)** один квадрат и 4 прямоугольных треугольника, равных треугольникам из а).
- c)** Найдите размер квадрата в б).

Задача 5. Несколько гангстеров сидят за круглым столом и делят награбленное, причём доля каждого составляет ровно половину от суммы долей его соседей справа и слева. Докажите, что всем денег достанется поровну.

Задача 6. В поход ходили 80% учеников класса, а на экскурсии было 60% класса, причем каждый был в походе или на экскурсии. Сколько процентов класса были и там, и там?

Задача 7. Постройте графики **a)** $y = |5x + 6|$, **b)** $y = |-x^2 - 5|$.

Задача 8. В графе с 8 вершинами любые две вершины соединены ребром. Сколько всего рёбер в этом графе?

Задача 9. Решите уравнение $|2011 - x| + |x - 2011| = 210$.



Дополнительные задачи

Задача 10. Известно, что $x + \frac{1}{x}$ — целое число. Доказать, что $x^n + \frac{1}{x^n}$ тоже целое число для любого целого n .

Задача 11. Что больше: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ или 128 ? $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024$ или 2048 ? $1 + 2 + 4 + \dots + 2n$ или $2n + 1$?

Задача 12. К 17-значному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Докажите, что хотя бы одна цифра полученной суммы чётна.

Задача 13. На встречу выпускников пришло 45 человек. Оказалось, что любые двое из них, имеющие одинаковое число знакомых среди пришедших, не знакомы друг с другом. Чему равно наибольшее число знакомств, которое могло быть среди участвовавших во встрече?

Задача 14. В стране 100 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Известно, что от каждого города можно долететь до любого другого (возможно, с пересадками). Докажите, что можно побывать во всех городах, совершив не более **а)** 198 перелётов; **б)** 196 перелётов.