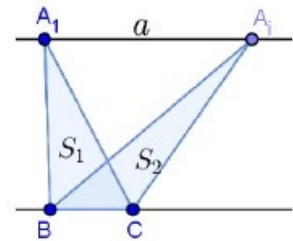


Рельсы Евклида

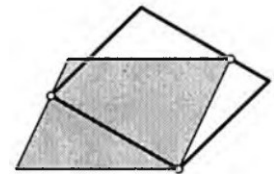
Задача 1 (Рельсы Евклида). Докажите, что $S_1 = S_2$ тогда и только тогда, когда $a \parallel BC$ (см. рис.)



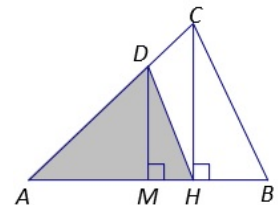
Задача 2 (Лемма о крыльях бабочки). Диагонали трапеции разбивают её на четыре треугольника, два из которых, прилежащие к боковым сторонам, равновелики.

Задача 3. В параллелограмме $ABCD$ стороны AB и BC делятся пополам точками M и N ; отрезки CM и DN пересекаются в точке P . Докажите, что треугольник DPC и четырёхугольник $MPNB$ равны по площади.

Задача 4. Два параллелограмма расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что их площади равны.



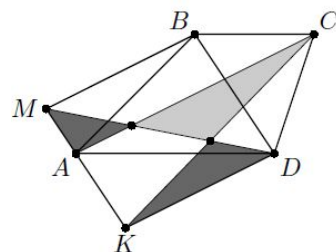
Задача 5. Докажите, что равновелики треугольник ADH и четырёхугольник $DCBH$, где M — середина AB .



Задача 6. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана произвольная точка P и проведены отрезки PA , PB , PC и PD . Площади трёх из образовавшихся треугольников равны 1, 2, 3 (не обязательно в этом порядке). Какие значения может принимать площадь четвёртого треугольника?

Рельсы Евклида (продолжение)

Задача 7. Трапеция $ABCD$ и параллелограмм $MBDK$ расположены так, что стороны параллелограмма параллельны диагоналям трапеции. Докажите, что площадь серой части равна сумме площадей чёрных частей.



Задача 8. Сторона AB параллелограмма $ABCD$ продолжена за точку B на отрезок BE , а сторона AD продолжена за точку D на отрезок DK . Прямые ED и KB пересекаются в точке O . Докажите, что площади четырёхугольников $ABOD$ и $CEOK$ равны.

Задача 9. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .

Задача 10. Имеется линейка – «рейсшина», с помощью которой можно выполнять следующие действия: проводить прямую через две точки и проводить прямые, параллельные уже имеющимся. На плоскости даны два треугольника (как на рисунке), имеющие одинаковые длины двух сторон, расположенных на одной прямой. С помощью данной линейки постройте новый треугольник, площадь которого равна сумме площадей изображенных треугольников. Опишите последовательность элементарных действий для построения фигуры.

