

Вспомогательная окружность

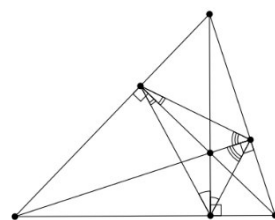
- ▷ Если при размышлении над задачей удаётся заметить, что какие-то четыре точки лежат на одной окружности, то дальнейшие рассуждения сводятся к известным свойствам углов, связанных с окружностью. Этот метод обычно называют *методом вспомогательной окружности*.

Задача 1. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построен квадрат с центром в точке O . Докажите, что CO — биссектриса прямого угла.

Задача 2. L — основание биссектрисы угла A в треугольнике ABC . Луч LE проведён под углом к BC , равным A . Докажите, что $LE = LB$.

Задача 3. В треугольнике ABC угол B равен 60° . Биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O . Докажите, что $OD = OE$.

Задача 4. Докажите, что высоты остроугольного треугольника являются биссектрисами углов его *ортотреугольника* (т.е. треугольника с вершинами в основаниях высот данного).



Задача 5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL . На стороне AC выбрана точка K так, что $CK = CL$. Биссектриса угла B пересекает отрезок KL в точке P . Докажите, что $AP = PL$.

Задача 6. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Пусть BK — биссектриса этого треугольника. Окружность, описанная около треугольника AKB , второй раз пересекает сторону BC в точке L . Докажите, что $CB + CL = AB$.

Задача 7. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AC . Точки K и M — проекции вершин A и C соответственно на прямую BD . Через точку K проведена прямая, параллельная BC и пересекающая AC в точке P . Докажите, что угол KPM — прямой.

Задача 8. Точка P лежит внутри треугольника ABC и удовлетворяет условию $\angle ABP = \angle PCA$, точка Q такова, что $PBQC$ — параллелограмм. Докажите, что $\angle QAB = \angle CAP$.