

Движение углов

▷ В случаях, когда требуется доказать равенство некоторых двух углов, полезно воспользоваться равенством вписанных углов и равенством углов при параллельных прямых. Так можно обнаружить целую «цепочку» равных углов, ведущих от одного искомого угла к другому.

Задача 1. Дан треугольник ABC . Обозначим через M середину стороны AC , а через P — середину отрезка CM . Описанная окружность треугольника ABP пересекает отрезок BC во внутренней точке Q . Докажите, что $\angle ABM = \angle MQR$.

Задача 2. В параллелограмме $ABCD$ взята такая точка Q , что $\angle ABQ = \angle ADQ$. Докажите, что $\angle DAQ = \angle DCQ$.

Задача 3. Точка P лежит внутри треугольника ABC , причём $\angle ABP = \angle PCA$, а точка Q такова, что $PBQC$ — параллелограмм. Докажите, что $\angle QAB = \angle CAP$.

Задача 4. В четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и BC равны, точка K — середина стороны CD , прямые BK и AD пересекаются в точке M . Окружность, описанная около треугольника ABM , вторично пересекает прямую AC в точке P . Докажите, что $\angle BKP = 90^\circ$.

Задача 5. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle DAB = 90^\circ$. Пусть M — середина стороны BC . Оказалось, что $\angle ADC = \angle BAM$. Докажите, что $\angle ADB = \angle CAM$.

Задача 6. Внутри остроугольного треугольника ABC отметили такую точку Q , что $\angle QAC = 60^\circ$, $\angle QCA = \angle QBA = 30^\circ$. Пусть точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно. Найдите величину угла $\angle QNM$.