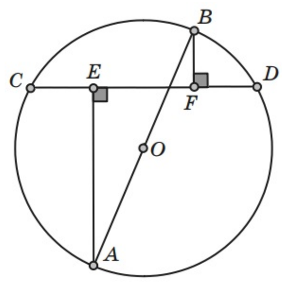
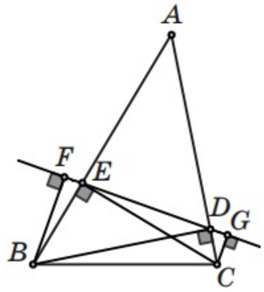
Окружность и теорема Фалеса



Задача 1 (Задача Архимеда). В окружности провели диаметр AB. Точки E и F — проекции точек A и B на хорду CD. Докажите, что отрезки CE и DF равны.

Задача 2. Точка C лежит на отрезке AB. На отрезках AB, BC и AC как на диаметрах построены окружности. Прямая, проходящая через точку C, пересекает большую окружность в точках K и N, а меньшие в точках L и M. Докажите, что $KL = MN$.

Задача 3. На диаметре AB окружности ω выбрана точка C. На отрезках AC и BC как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно. Прямая l пересекает окружность ω в точках A и M, окружность ω_1 — в точках A и L, и касается окружности ω_2 в точке K. Докажите, что $LK = KM$.



Задача 4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BD и CE. Из вершин B и C на прямую ED опущены перпендикуляры BF и CG. Докажите, что $EF = DG$.

Задача 5. Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке D. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и AC пересекают AD в точках M и N соответственно. Докажите, что $AM = DN$.

Задача 6. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH. Точки M и N — середины отрезков AH и CH соответственно. В окружности, описанной около треугольника BMN, проведён диаметр BK. Докажите, что $AK = CK$.

По мотивам статьи “Теорема Фалеса в окружности” Д.В. Прокопенко