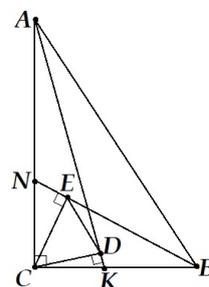


Вписанная окружность

Задача 1. CH — высота прямоугольного треугольника ABC , проведённая из вершины прямого угла. Докажите, что сумма радиусов окружностей, вписанных в треугольники ACH , BCH и ABC равна CH .

Задача 2. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C вписанная окружность касается катета BC в точке K . Докажите, что хорда вписанной окружности, высекаемая прямой AK , в два раза больше расстояния от вершины C до этой прямой.

Задача 3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C провели биссектрису AK и BN , на которые опустили перпендикуляры CD и CE из вершины прямого угла. Докажите, что длина отрезка DE равна радиусу вписанной окружности.



Задача 4. В треугольнике ABC с прямым углом C вписана окружность, касающаяся сторон AC , BC и AB в точках M , K и N соответственно. Через точку K провели прямую, перпендикулярную отрезку MN . Она пересекла катет AC в точке X . Докажите, что $CK = AX$.

Задача 5. На окружности, вписанной в равносторонний треугольник ABC , взята точка P . Отрезок AP второй раз пересекает окружность в точке Q так, что $AQ = QP$. Найдите угол BPC .

Задача 6. Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB , касается его сторон BC , CA , AB в точках A_1 , B_1 , C_1 соответственно. Пусть B_1H — высота треугольника $A_1B_1C_1$. Докажите, что точка H лежит на биссектрисе угла CAB .

Задача 7. В трапеции $ABCD$ биссектрисы углов A и D пересекаются в точке E , лежащей на стороне BC . Эти биссектрисы разбивают трапецию на три треугольника, в которые вписаны окружности. Одна из этих окружностей касается основания AB в точке K , а две другие касаются биссектрисы DE в точках M и N . Докажите, что $BK = MN$.

