

Средняя линия

- ▷ *Средняя линия* — отрезок, соединяющий середины сторон треугольника.
- ▷ Средняя линия, соединяющая середины двух сторон треугольника, параллельна третьей его стороне и равна её половине.

Задача 1 (Параллелограмм Вариньона). Докажите, что середины сторон выпуклого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.

Задача 2. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырёхугольника, равны. Докажите, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

Задача 3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ отрезок, соединяющий середины сторон AB и CD , равен 1. Прямые BC и AD перпендикулярны. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей.

Задача 4. Из вершины A треугольника ABC опущены перпендикуляры AM и AP на биссектрисы внешних углов B и C . Докажите, что отрезок PM равен половине периметра треугольника ABC .

Задача 5. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 4$, $AC = 6$ проведена биссектриса угла A . Из вершины B опущен на эту биссектрису перпендикуляр BH . Найдите MH , где M — середина BC .

Задача 6. В треугольнике медиана равна высоте, проведённой к другой его стороне. Найдите угол между ними.

Задача 7. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка L так, что AL в два раза больше медианы CM . Оказалось, что $\angle ALC = 45^\circ$. Докажите, что AL и CM перпендикулярны.

Задача 8. Внутри треугольника ABC взята точка P так, что $\angle PAC = \angle PBC$. Из точки P на стороны BC и CA опущены перпендикуляры PM и PK соответственно. Пусть D — середина стороны AB . Докажите, что $DK = DM$.

Задача 9. Внутри угла $\angle BAC = 45^\circ$ выбрана такая точка P , что $\angle APB = \angle APC = 45^\circ$. Пусть точки M и N — проекции точки P на прямые AB и AC соответственно. Докажите, что $BC \parallel MN$.