

Четность

Задача 1. Можно ли доску 7×9 разрезать на доминошки?

Задача 2. Заполните таблицу (Ч — чётное число, Н — нечётное число):

$Ч + Ч =$	$Ч - Ч =$	$Ч \times Ч =$	$Ч \times Н \times \dots \times Н \times \dots \times Н =$
$Ч + Н =$	$Ч - Н =$	$Ч \times Н =$	$Н \times Н \times \dots \times Н \times \dots \times Н =$
$Н + Н =$	$Н - Н =$	$Н \times Н =$	$Н + Н + \dots + Н + \dots + Н =$

Все ответы обоснуйте. От чего зависит значение последней суммы?

Задача 3. Лера нарисовала на доске семь котиков. Потом в аудиторию пришли 33 школьника. Каждый из них или стёр одного котика, или дорисовал нового. Могло ли в конце остаться три котика?

Задача 4. Можно ли заплатить без сдачи:

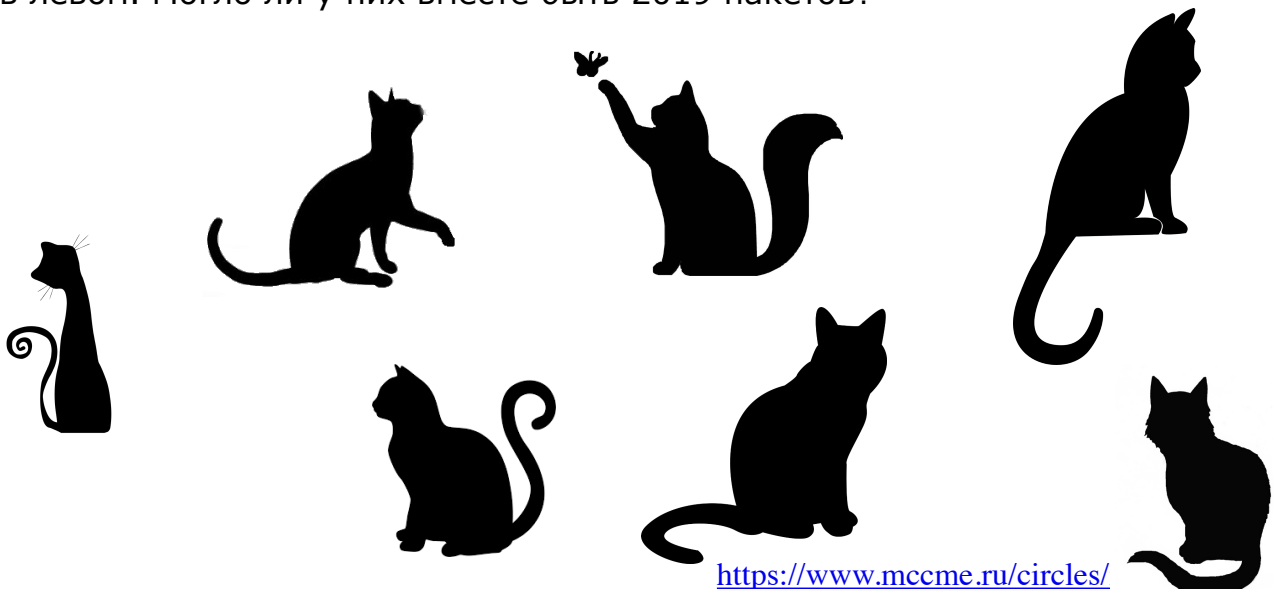
- а) 20 копеек семью монетами по 1, 5 и 10 копеек?
- б) 20 копеек семью монетами по 1 и 5 копеек?
- в) 25 копеек восемью монетами по 1 и 5 копеек?

Задача 5. По окружности стоят 2019 точек двух цветов. Докажите, что найдутся две точки одного цвета, стоящие рядом.

Задача 6. Может ли сумма трёх целых чисел быть чётной, а произведение тех же трёх целых чисел — нечётным?

Задача 7. На шахматную доску размером 8×8 пролили краску. Может ли количество испачканных клеток быть на 17 меньше количества чистых клеток? Ответ объясните.

Задача 8. В кинотеатр шла стройная колонна шестиклассников. У каждого в карманах пакеты с попкорном: в правом кармане в три раза больше чем в левом. Могло ли у них вместе быть 2019 пакетов?



Дополнительные задачи

Задача 9. На доске написано равенство: $1*2*3*4*5*6*7*8*9=20$ (вместо символов «*» - в неизвестном порядке расставлены знаки «+» и «-»). Докажите, что это равенство не может быть верным.

Задача 10. На доске $25*25$ расставлены 25 шашек, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.

Задача 11. а) На столе стоят 7 перевернутых стаканов. За ход можно перевернуть любые два стакана. Можно ли добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

б) В таблице 8×8 в одной из клеток стоит знак «-», а в остальных знак «+». За ход можно поменять все знаки на противоположные в произвольном квадрате 2×2 . Можно ли добиться того, чтобы во всех клетках таблицы стояли знаки «+»?

Задача 12. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите, что их сумма не равна нулю.

Задача 13. Произведение чисел в каждой строке таблицы 5×5 отрицательно. Верно ли, что найдётся столбец, в котором произведение также отрицательно?

Задача 14. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше). б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?