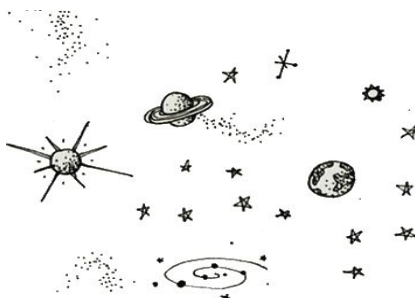


Графы

26.10.19, 6 класс

1. Между планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по маршрутам Земля — Меркурий, Плутон — Венера, Земля — Плутон, Плутон — Меркурий, Меркурий — Венера, Уран — Нептун, Нептун — Сатурн, Сатурн — Юпитер, Юпитер — Марс, Марс — Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?
2. В стране Кукушка есть девять городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли из города 1 добраться в город 9?
3. В некотором государстве 100 городов, из которых выходит по 3 дороги, и 100 городов, из которых выходит по 4 дороги. Сколько в этом государстве дорог?
4. Можно ли соединить 15 телефонов проводами так, чтобы каждый телефон был соединён ровно с пятью другими?
5. Капитан Врунгель побывал в стране Оз. По его рассказам, в этой стране много городов. При этом из Изумрудного города выходит только дорога из желтого кирпича, а из каждого другого города выходит ровно по три дороги. Может ли оказаться, что прославленный капитан говорит правду?
6. а) Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 выкинуть угловые клетки. Можно ли обойти её ходом шахматного коня и вернуться на исходное поле, побывав на всех полях ровно по разу?
б) В углах шахматной доски 3×3 стоят четыре коня: два белых (в соседних углах) и два чёрных. Можно ли за несколько ходов поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони различного цвета?
7. У Царя Гвидона было 5 сыновей. Среди его потомков 100 имели каждый ровно по 3 сына, а остальные умерли бездетными. Сколько потомков было у царя Гвидона?



<https://www.mccme.ru/circles/mccme/2020/>



Дополнительные задачи

8. В кружке у каждого члена имеется один друг и один враг. Доказать, что

а) число членов кружка чётно.

б) кружок можно разделить на два нейтральных кружка.

9. В государстве 2011 городов. Из столицы выходит 25 дорог, из Тьмутараканьска выходит всего одна дорога, а из всех остальных городов — по 20 дорог. Докажите, что из столицы можно доехать до Тьмутараканьска.

10. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

11. В стране Оз есть много городов, некоторые из которых соединены дорогами. Каждая из дорог вымощена либо желтым кирпичом, либо красным, либо зеленым. Известно, что из Изумрудного города выходит ровно одна дорога, а из всех остальных городов — по три дороги. Докажите, что в стране Оз есть город, из которого выходят две дороги одного цвета.