

Метод крайнего

0. На прямой выбрано некоторое количество точек. Может ли каждая из них являться серединой отрезка с концами в этих точках?
1. По кругу расставлены натуральных числа. Может ли каждое из них равняться среднему арифметическому своих соседей?
2. Можно ли числа от 1 до 20 расставить в серединах ребер и в вершинах куба так, чтобы каждое число на ребрах равнялось среднему арифм. чисел на его концах?
3. Солдаты построены в две шеренги по n человек, так что каждый солдат из первой шеренги не выше стоящего за ним солдата из второй шеренги. В шеренгах солдат выстроили по росту. Докажите, что после этого каждый солдат из первой шеренги также будет не выше стоящего за ним солдата из второй шеренги.
4. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске как хромая ладья (на одну клетку по вертикали или горизонтали). Попад в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размером 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?
5. На плоскости синим и красным цветом окрашено несколько точек так, что никакие три точки одного цвета не лежат на одной прямой (точек каждого цвета не меньше трёх). Докажите, что какие-то три точки одного цвета образуют треугольник, на трёх сторонах которого лежит не более двух точек другого цвета.
6. На столе(любой формы) лежат монеты(разных размеров) без наложений. Докажите, что одну из них можно выдвинуть по прямой за пределы стола, не задевая остальных. (Если, кажется, сложным, попробуйте доказать в случае круглого стола и одинаковых монет)
7. На небе бесконечное число звёзд. Астроном приписал каждой звезде пару натуральных чисел, выражающую яркость и размер. При этом каждые две звезды отличаются хотя бы в одном параметре. Докажите, что найдутся две звезды, первая из которых не меньше второй как по яркости, так и по размеру.
8. В некоторой стране 100 аэродромов, причем все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэродрома поднимается самолет и летит на ближайший к нему аэродром. Докажите, что ни на один аэродром не может прилететь больше пяти самолетов
9. На плоскости расположено несколько точек, все попарные расстояния между которыми различны. Каждую из этих точек соединяют с ближайшей. Может ли при этом получиться замкнутая ломаная?