

Индукция II

1. Найдите в последовательности 2, 6, 12, 20, 30, ... число, стоящее а) на 6-м; б) на 1994-м месте.
2. Любую ли сумму из целого числа рублей больше семи, можно уплатить без сдачи денежными купюрами по 3 и 5 рублей?
3. Докажите, что $n! > 2^n > n^2 > 4n$, если $n > 4$.
4. Даны два выпуклых многоугольника $A_1A_2A_3A_4...A_n$ и $B_1B_2B_3B_4...B_n$. Известно, что $A_1A_2 = B_1B_2$, $A_2A_3 = B_2B_3$, ..., $A_nA_1 = B_nB_1$ и $n - 3$ угла одного многоугольника равны соответственным углам другого. Будут ли многоугольники равны?
5. Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета так, что граничащие части будут иметь разный цвет.

НАЙДИТЕ ОШИБКИ В ДОКАЗАТЕЛЬСТВАХ СЛЕДУЮЩИХ ЗАДАЧ:

6. Все лошади одного цвета.

Одна лошадь, очевидно, одного (одинакового) цвета.

Пусть доказано, что любые K лошадей всегда одного цвета. Рассмотрим $K + 1$ каких-то лошадей. Уберём одну лошадь. Оставшиеся K лошадей одного цвета по предположению индукции. Возвратим убранный лошадь и уберём какую-то другую. Оставшиеся K лошадей снова будут одного цвета. Значит, все $K + 1$ лошадей одного цвета.

Отсюда следует, что все лошади одного цвета. **Утверждение доказано.**

7. Все числа четные.

Пусть $n - 1$ чисел начиная с 2, заканчивая n - четные. Докажем, что n чисел начиная с 2 четные. По предположению индукции $n - 1$ - четное. Тогда $(n - 1) + 2 = n + 1$ тоже четное, **что и требовалось доказать.**