

Теория чисел

Говорят, что a сравнимо с b по модулю натурального числа m , если их разность делится на m .

Обозначение: $a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow (a - b):m$.

Примеры: 1) Любое нечетное число сравнимо по модулю 2 с единицей:

$$2k + 1 \equiv 1 \pmod{2}, \text{ т.к. } (2k+1 - 1):2$$

$$2) 3^{11} \equiv 3(3^2)^5 = 3(9)^5 \equiv 3(-1)^5 = -3 \pmod{10}$$

0. Пусть $a \equiv x \pmod{m}$ и $b \equiv y \pmod{m}$.

Докажите, что $a \pm b \equiv x \pm y \pmod{m}$ и $a \cdot b \equiv x \cdot y \pmod{m}$

1. На что оканчиваются числа: а) 73^{73} , б) $16^{130} \cdot 13^{130}$, в) $13^{99} \cdot 121^{50} \cdot 7^{101}$?
2. Найдите остаток при делении 5^{30} на 7. При каком наименьшем n : $5^{30} + 5^{30+1} + \dots + 5^{30+n}$ делится на 7?
3. Делится ли $18^{17} + 19^{18} + 20^{19} + 21^{20}$ на а) 2, б) 3, в) 4?
4. Натуральное число A при делении на 1981 дало в остатке 35, при делении на 1982 оно дало в остатке также 35. Каков остаток от деления числа A на 14?
5. Докажите, что любое нечетное число в нечетной степени сравнимо с самим собой по модулю 8.
6. Докажите, что остаток от деления простого числа на 30 равен простому числу или единице. Какой остаток от деления простого числа на 60, если он равен составному числу?