

Think Think Think, дополнение

Задача 3. В некотором государстве живут граждане трёх типов:

- а) дурак считает всех дураками, а себя умным;
- б) скромный умный про всех знает правильно, а себя считает дураком;
- в) уверенный умный про всех знает правильно, а себя считает умным.

В думе – 200 депутатов. Премьер-министр провёл анонимный опрос думцев: сколько умных в этом зале сейчас находится? По данным анкет он не смог узнать количество умных. Но тут из поездки вернулся единственный депутат, не участвовавший в опросе. Он заполнил анкету про всю думу, включая себя, и прочитав её, премьер-министр всё понял. Сколько умных могло быть в думе (включая путешественника)?

Решение.

Во-первых, любой дурак ответит «один». Что будет, если в думе слишком много умных? ~~было бы хорошо~~ Если бы умных в думе было три или больше, то все бы они написали в анкете число, не меньшее двух, и тогда премьер-министр всё бы сразу понял. Значит умных могло быть 0, 1 или 2. Давайте разберём эти случаи.

- Если бы умных не было, то все ответы были бы «один». Но, с другой стороны, если бы был один уверенный в себе умный, то он тоже бы написал «один», и ситуация была бы не отличима от предыдущей.
- Если единственный умный – скромный, то он ответил бы: «ни одного», и в этой ситуации премьер-министр сразу бы всё понял.
- Если было бы два скромных умных, они бы ответили: «один», и ситуация бы не отличалась от первой. Если бы было два уверенных умных, они бы оба написали «два», и премьер-министру не составило бы труда понять, что к чему. Наконец, если бы были один уверенный и один скромный умный, то уверенный ответил бы «два», и премьер-министру также было бы всё понятно.

Таким образом, возможны три варианта, в которых премьер-министр не смог бы понять количество умных: умных нет совсем, есть один уверенный умный или два скромных умных. Во всех этих случаях во всех анкетах ответ «один».

Посмотрим, какие ответы дал бы опоздавший депутат в каждой из этих ситуаций (в зависимости от его ума):

	все дураки	один уверенный	два скромных
дурак	1	1	1
уверенный	1	2	3
скромный	0	1	2

Видно, что в таблице ответы «один» и «два» встречаются в нескольких местах, значит такие ответы премьер-министру ситуацию бы никак не разъяснили. Значит, опоздавший ответил «три» или «ноль», то есть в думе был либо один умный, либо их было трое.