

Guess what Andrei is up to!

▷ В листке под вопросами понимаются только те, на которые можно ответить только «да» или «нет» (если не указано иного), а отвечающие всегда говорят правду.

Задача 0. Андрей загадал число от 1 до 8, а Миша очень-очень хочет его отгадать. Как Мишей действовать, чтобы гарантированно угадать число за три вопроса? А сколько вопросов понадобится Мише, чтобы отгадать число от 1 до 64?

Задача 1. На этот раз Андрей загадал одну из сторон правильного восьмиугольника. Миша может провести в нём любую диагональ и спросить Андрея, в какой из двух получившихся частей лежит загаданная сторона. Как Мише отгадать сторону за 3 вопроса?

Задача 2. а) Андрей разочаровался в математике и решил загадывать иероглифы. Для этого он воспользовался словариком, в котором 120 страниц по 60 иероглифов на каждой. Сможет ли Саша повторить успех Миши и гарантированно узнать загаданный иероглиф, задав 13 вопросов? А за меньшее количество вопросов?
б) Тот же вопрос, но в новом словарики Андрея 80 страниц и по 50 иероглифов на каждой.

Задача 3. Андрей решил не сдаваться и загадал сразу два числа от 1 до 10: одно чётное, а другое – нечётное. Но Вера не сомневается в том, что ей хватит 5 вопросов, чтобы угадать оба эти числа. Права ли она?

Задача 4. Чтобы усложнить задачу, Андрей загадал два натуральных числа, произведение которых равно 60. Сможет ли Таня отгадать эти числа за три вопроса?

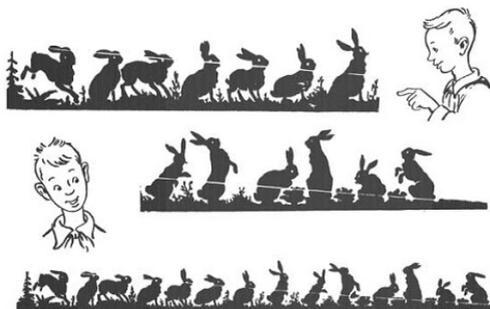
Guess what Andrei is up to!

Задача 5. а) Андрей загадал клетку на шахматной доске 8×8 . Алина может выбрать любой прямоугольник, состоящий из клеток доски, и спросить, лежит ли в этом прямоугольнике загаданная Андреем клетка. Как ей узнать положение этой клетки за шесть ходов? б) Тот же вопрос для доски 5×5 и пяти ходов.

Задача 6. Теперь Андрей может отвечать на вопросы «да», «нет» или «не знаю» (но по-прежнему честно), и на этот раз он загадал число от 1 до 3. Как с помощью всего лишь одного вопроса Костя может отгадать это число?

Задача 7. Андрею надоело загадывать что бы то ни было, он решил стать фокусником: взяв колоду из 36 карт, он просит зрителя запомнить одну из карт. Затем Андрей перемешивает все карты, раскладывает их в 6 стопок и просит зрителя показать на стопку, в которой лежит выбранная карта. После этого Андрей снова перемешивает карты, раскладывает их в 6 стопок и просит зрителя указать на нужную. После этого Андрей сразу отгадывает загаданную карту. Как он это делает?

▷ Конечно, Андрей «тасует» карты не произвольно, а отслеживает, в какую стопку какая карта попадёт.



Guess what we are up to! (but now it's harder)

Задача 8. Миша загадал пятизначное число, все цифры которого различны. Сможет ли Вера гарантировано угадать его за 15 вопросов?

Задача 9. Саша задумала тройку натуральных чисел от 1 до 10 (возможно, некоторые из этих чисел равны). Может ли Алина угадать все эти три числа (порядок чисел не важен) за 8 вопросов?

Задача 10. На плоскости нарисован квадрат и где-то невидимыми чернилами отмечена точка P . У Тани есть специальные очки, в которых она видит точку. Если провести прямую, то она отвечает на вопрос, по какую сторону от прямой лежит точка P (если P лежит на прямой, то Таня говорит, что P лежит на прямой). Какое наименьшее число таких вопросов необходимо задать, чтобы узнать, лежит ли точка P внутри квадрата?

Задача 11. Ковбой Джо может попасть из пистолета в любую выбранную им точку. Ему надо попасть в точку на стене, прикрытую газетой размера $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. После каждого выстрела, начиная со второго, ему сообщают, какая из пуль легла ближе к цели: эта или предыдущая. Докажите, что 18-м выстрелом он может всадить пулю не далее 1 см от нужной точки.

Задача 12*. Есть N карт, из которых задумана одна. За ход разрешается разложить карты на стопки с разным числом карт и спросить, в какой из стопок задуманная карта. При каких N можно найти задуманную карту за два таких вопроса?