

Как *не надо* использовать индукцию

В данном листочке вам предлагается найти ошибки в доказательствах трёх разных задач, сделанных якобы с помощью метода индукции.

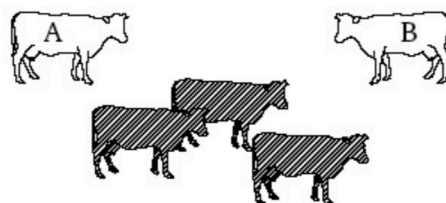
Задача 1. Докажем, что $n > n + 1$.

Действительно: пусть это утверждение верно для k , то есть $k > k + 1$. Прибавив к обеим частям равенства единицу, мы получаем, что $k + 1 > (k + 1) + 1$, то есть верно утверждение для $k + 1$, т.е. утверждение доказано.

Задача 2. Докажем, что в произвольном стаде из n коров — все коровы одного цвета.

База: В любом стаде из одной коровы все коровы, очевидно, одного цвета.

Шаг: Предположим, что в любом стаде из k коров все коровы одного цвета. Докажем, что в любом стаде из $k + 1$ коровы все коровы одного цвета.



Рассмотрим произвольное стадо из $k + 1$ коровы. Возьмем в нем произвольную корову A . Оставшиеся k коров — одного цвета. Теперь возьмем другую корову B . Оставшиеся k коров также одного цвета. В частности, A одного цвета со всеми коровами, кроме A и B , и B одного (того же!) цвета со всеми коровами, кроме A и B (см. рисунок). Значит, A , B , и вообще все коровы в стаде одного цвета.

Задача 3. В стране несколько городов соединенных дорогами, так из каждого города выходит хотя бы одна дорога. Докажем, что из любого города можно проехать в любой другой.

База: Если городов 2, то по условию они должны быть связаны между собой.

Шаг: Пусть для n городов все доказано. Добавим $n + 1$ -ый город. По условию из этого города ведет дорога в один из старых n городов. Следовательно, до него можно доехать в один из старых городов, а оттуда уже добраться до любого другого.