

Инварианты

Инвариантом (от латинского *invariants* — неизменяющийся) называется величина, остающаяся неизменной при тех или иных преобразованиях.

Задача 0 (разминка). Разрежьте равносторонний треугольник на три равные трапеции.

Задача 1. 2019 человек выстроились в шеренгу. За ход разрешается менять местами 2 людей, стоящих через одного. Всегда ли можно расставить их по росту?

Задача 2. На столе лежит 7 монет орлами вверх. За одно действие можно перевернуть две монеты. Удастся ли, сделав несколько действий, положить все монеты орлами вниз?

Задача 3. На чудо-яблоне растут бананы и апельсины. За один раз разрешается сорвать два плода. Если сорвать два банана или два апельсина, то вырастет еще один апельсин, а если сорвать банан и апельсин, то вырастет банан. К субботе на чудо-яблоне остался один плод. Какой это плод? Известно, что вначале было:

- а) 2019 бананов и 2020 апельсинов;
- б) 2^{2019} бананов и 2019^2 апельсинов

Задача 4. Арман записал на доске число 1. Затем прибавил к записанному числу сумму его цифр и пообещал, что будет проделывать эту операцию снова и снова до тех пор, пока на доске не появится число 123456789. Если мы придем на кружок после новогодних каникул, Арман еще будет стоять у доски?

Задача 5. В языке Древнего Племена алфавит состоит всего из двух букв: М и У. Два слова являются синонимами, если одно из другого можно получить при помощи исключения буквосочетаний МУ или УУММ, повторяемых в любом порядке и в любом количестве. Являются ли синонимами в языке Древнего Племена слова УММ и МУУ?

Продолжение

Задача 6. На семи ёлках сидят семь птичек, на каждой ёлке – по птичке. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какая-то птичка перелетает с одной ёлки на другую, то какая-то другая птичка обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении.

а) Могут ли все птички собраться на одной ёлке?

б) А если птичек и ёлок – шесть?

Задача 7. В клетках квадратной таблицы 4×4 расставлены знаки $+$ и $-$, как показано на рисунке. За один ход можно поменять все знаки в любой строке или в любом столбце на противоположные. Можно ли через несколько ходов получить таблицу из одних плюсов?

+	—	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

Задача 8. Надя, Полина и Лиза решали задачи перед кружком. Чтобы дело шло быстрее, они купили мешок мандаринов и договорились, что за каждую решенную задачу та, кто решила её первой, получает четыре мандарина, та, кто решила второй — два, а та, кто решила последней — один. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 мандаринов, причем одновременных решений не было.

а) Могло ли такое быть?

б) Девочкам очень понравился такой формат решения задач, поэтому они повторили это снова по тем же правилам. Но теперь уже каждая сказала, что получила 21 мандарин. Могло ли такое быть?

Задача 9. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий (серый и бурый становятся оба малиновыми и т.п.). Может ли случиться так, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?