

## Периодичность и рациональность

1. Один преподаватель оставил на дверях всех кабинетов в школе записки следующего содержания: „Я в кабинете номер ...” и исчез в неизвестном направлении. (Разные записки могут содержать разную информацию.) Некоторый школьник начал поиски преподавателя, руководствуясь этими указаниями. Докажите, что с некоторого момента он начнёт двигаться по циклу.
2. Найдите последнюю цифру числа а)  $77^{77}$ ; б)  $77^{77^{77}}$ .
3. В последовательности 1, 2, 2, ... каждое следующее число, начиная с третьего, равно последней цифре произведения двух предшествующих. Чему равно 2019 число в этой последовательности?
4. Докажите, что среди степеней двойки есть две, разность которых делится на 2019

*Рациональное число* — это число, которое можно представить в виде дроби  $n/m$ , где  $n$  – целое, а  $m$  – натуральное. *Иррациональное число* — это число, которое нельзя представить в таком виде.

5. Найдите 2019 цифру после запятой в десятичной записи числа  $1/7$ .
6. Докажите, что
  - а) любое рациональное число записывается либо в виде конечной, либо в виде бесконечной периодической десятичной дроби.
  - б) Докажите, что период дроби  $n/m$  не превосходит  $m-1$
7. По круглому стадиону прыгает Джон Сильвер на деревянной ноге. Ширина его прыжка (т.е. длина дуги, на которую он все время сдвигается) постоянна и равна  $x$ .
  - а) Докажите, что через некоторое время расстояние между какими-то двумя оставленными им следами окажется меньше  $0,00000001$ .
  - б) Докажите, что Джон Сильвер будет сколь угодно близко подходить к своему начальному положению.
8. Докажите, что  $\sqrt{2}$  иррациональное число.



<https://www.mccme.ru/circles/mccme/2020/>