

Алгебра невероятных размеров

Задача 1. Для каждого значения параметра a выясните, какое из чисел больше: $3a$ или $2a + 1$.

Задача 2. Для каждого значения параметра a решите уравнение $a^2(x - 1) + 6x = (5x - 2)a$.

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите неравенство $(a - 2)(a - 3)x \geq a(a - 2)$

Задача 4. Для каждого значения параметра a найти число решений уравнения $|2x - 4| = a$.

Задача 5. Для каждого значения параметра a укажите количество решений (x, y) системы уравнений

$$\begin{cases} 3y - (a - 2)x = 5 \\ 3ay + (3a - 6)x = 10 \end{cases}$$

Задача 6. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a|x - 1| = x + 2$ имеет ровно один корень. Укажите этот корень для каждого такого значения a .

Задача 7. Решите уравнение с параметром $x^2 - 2x + a = 0$.

Задача 8. Найдите все значения a , при каждом из которых ровно один корень уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1$ принадлежит интервалу $(-3; 3)$.

Теорема Виета: если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Задача 9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^4 - 2x^2 - a + 3 = 0$ имеет четыре различных действительных корня.

Задача 10. Даны квадратные трёхчлены $f_1(x), f_2(x), \dots, f_{100}(x)$ с одинаковыми коэффициентами при x^2 , одинаковыми коэффициентами при x , но различными свободными членами; у каждого из них есть по два корня. У каждого трёхчлена $f_i(x)$ выбрали один корень и обозначили его через x_i . Какие значения может принимать сумма $f_2(x_1) + f_3(x_2) + \dots + f_{100}(x_{99}) + f_1(x_{100})$?

Задача 11. Два приведенных квадратных трёхчлена $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что каждый из них имеет по два корня, и выполняются равенства $f(1) = g(2)$ и $g(1) = f(2)$. Найдите сумму всех четырех корней этих трёхчленов.

