

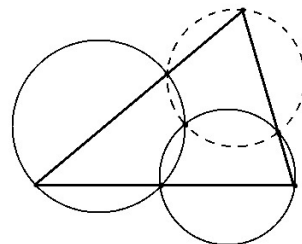
Вписанные четырёхугольники

Задача 1. Две окружности пересекаются в точках A и B . Продолжения хорд AC и BD первой окружности пересекают вторую окружность в точках E и F . Докажите, что прямые CD и EF параллельны.

Задача 2. На окружности даны точки A, B, C, D в указанном порядке. Точка M — середина дуги AB . Обозначим точки пересечения хорд MC и MD с хордой AB через E и K . Докажите, что $KECD$ — вписанный четырёхугольник.

Задача 3. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ равны стороны BC и CD , а также $BD = AD$. Точка E на стороне AD такова, что $BE = AB = DE$. Найдите угол BDC .

Задача 4 (Теорема Микеля). На сторонах треугольника взяли по точке и соединили их с точкой внутри треугольника. Докажите, что если два из трёх получившихся четырёхугольников — вписанные, то третий — тоже вписанный.



Задача 5. Докажите, что если для вписанного четырёхугольника $ABCD$ выполнено равенство $CD = AD + BC$, то биссектрисы его углов A и B пересекаются на стороне CD .

Задача 6. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Лучи AB и DC пересекаются в точке K . Оказалось, что точки B, D , а также середины отрезков AC и KC лежат на одной окружности. Какие значения может принимать угол ADC ?

Задача 7. Дан выпуклый шестиугольник $ABCDEF$. Известно, что углы FAE и BDC равны, а четырёхугольники $ABDF$ и $ACDE$ являются вписанными. Докажите, что прямые BF и CE параллельны.

Задача 8. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AC . Точки K и M — проекции вершин A и C соответственно на прямую BD . Через точку K проведена прямая, параллельная BC и пересекающая AC в точке P . Докажите, что угол KPM — прямой.