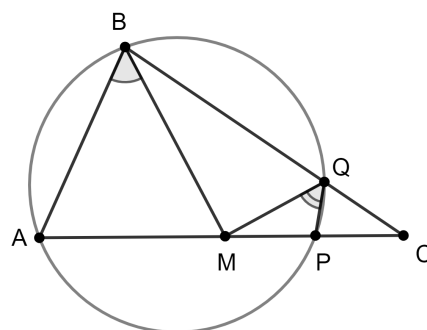


Движение углов

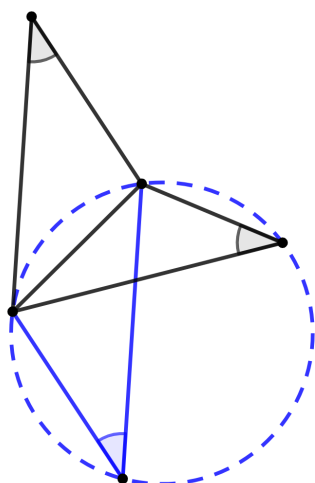
- ▷ В случаях, когда требуется доказать равенство некоторых двух углов, полезно воспользоваться равенством вписанных углов и равенством углов при параллельных прямых и секущей. Так можно обнаружить целую «цепочку» равных углов, ведущую от одного искомого угла к другому.

Задача 1. Дан треугольник ABC .

Обозначим через M середину стороны AC , а через P — середину отрезка CM . Описанная окружность треугольника ABP пересекает отрезок BC во внутренней точке Q . Докажите, что $\angle ABM = \angle MQR$.

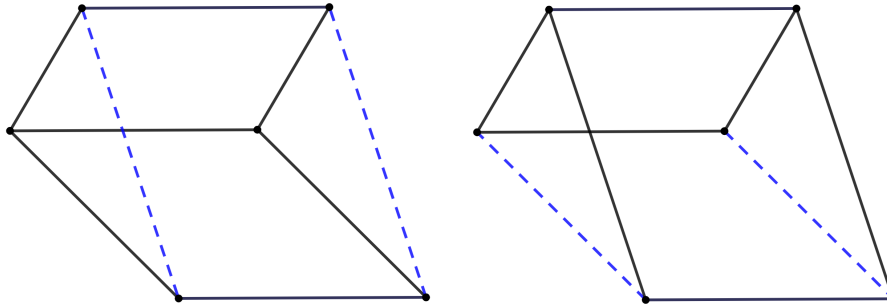


УКАЗАНИЕ. Отметьте точку N — середину стороны BC и соедините её с точками M и P . Чем являются построенные отрезки?



- ▷ Помимо средней линии треугольника полезным дополнительным построением может оказаться дополнительный параллелограмм. Например, в случае, когда один и тот же отрезок виден под одним углом из двух точек, лежащих по разные стороны от прямой, содержащей отрезок (см. рис.), то, построив соответствующий параллелограмм, получаем, что новая его вершина лежит на одной окружности с вершиной второго из равных углов.

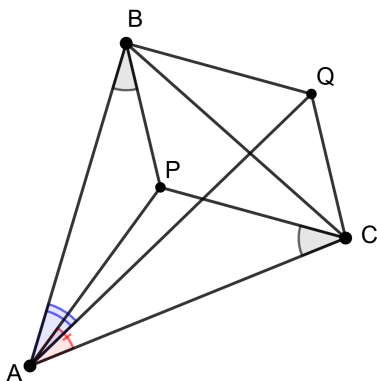
Упражнение (3 параллелограмма). Два различных параллелограмма имеют общую сторону. Докажите, что четыре вершины, не принадлежащие общей стороне, также образуют параллелограмм.



- ▷ Подобная конструкция из двух (а, следовательно, и трёх) параллелограммов также может оказаться полезной, особенно в сочетании с предыдущим фактом. Например, их использование в следующих задачах позволяет сильно облегчить доказательство требуемого равенства углов.

Задача 2. В параллелограмме $ABCD$ взята такая точка Q , что $\angle ABQ = \angle ADQ$. Докажите, что $\angle DAQ = \angle DCQ$.

УКАЗАНИЕ. Постройте второй параллелограмм — например, $ABQP$.



Задача 3. Точка P лежит внутри треугольника ABC , причём $\angle ABP = \angle PCA$, а точка Q такова, что $PBQC$ — параллелограмм. Докажите, что $\angle QAB = \angle CAP$.

УКАЗАНИЕ. Постройте второй параллелограмм — например, $ABPS$.

Задача 4. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle DAB = 90^\circ$.

Пусть M — середина стороны BC . Оказалось, что $\angle ADC = \angle BAM$. Докажите, что $\angle ADB = \angle CAM$.

УКАЗАНИЕ. Продолжите медиану AM за точку M и отметьте P так, что $MP = AM$. Какой фигурой окажется $ABPC$?

УКАЗАНИЕ. Постройте второй параллелограмм — $ABQD$. Что ещё можно про него сказать?

УКАЗАНИЕ. Точки A, B, Q, D лежат на одной окружности (почему?). А лежит ли на этой окружности точка P ?

