

Вспомогательные равносторонние треугольники

Задача 1. В четырёхугольнике $ABCD$ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 150^\circ$, $\angle C = 90^\circ$. Докажите, что $CD = \frac{AB+AD}{2}$.

Задача 2. В равностороннем треугольнике ABC на продолжении стороны AB за точку B отметили точку D , а на продолжении BC за точку C отметили точку E так, что $AD = BE$. Докажите, что $CD = DE$.

Задача 3. Четырёхугольник $ABCD$ таков, что $\angle BAD = \angle CDA = 60^\circ$, а также $\angle CAD = \angle CDB$. Докажите, что $AB + CD = AD$.

Задача 4. Один угол треугольника равен 60° , а лежащая против этого угла сторона равна трети периметра треугольника. Докажите, что данный треугольник — равносторонний.

Задача 5. В равнобедренном треугольнике ABC боковые стороны $AB = AC$ и $\angle BAC = 100^\circ$. На продолжении стороны AB отмечена точка D , такая, что $AD = BC$, и проведён отрезок CD . Чему равен угол BCD ?

Задача 6. Внутри равнобедренного треугольника ABC с основанием BC взята такая точка M , что $\angle MBC = 30^\circ$, $\angle MCB = 10^\circ$. Найдите угол AMC , если $\angle BAC = 80^\circ$.

Задача 7. В треугольнике ABC углы ABC и ACB равны 80° . На стороне AB отмечена точка P так, что $\angle BPC = 30^\circ$. Докажите, что $AP = BC$.

Задача 8. В треугольнике ABC $\angle B = 120^\circ$, точка M — середина AC . На сторонах AB и CB взяты точки K и L соответственно так, что $AK = CL$ и $\angle KML = 120^\circ$. Докажите, что $KL = AM$.

Задача 9. На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK = BM$. Кроме того, $\angle AMC = 60^\circ$. Докажите, что $AC = BK$.

Задача 10. Внутри равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K так, что $AB = BC = CK$ и $\angle KAC = 30^\circ$. Найдите угол AKB .

Задача 11 (Точка Ферма-Торричелли). Внутри произвольного треугольника ABC постройте такую точку P , что сумма расстояний от P до трёх вершин треугольника ABC минимальна.

