

Последняя цифра

Задача 1. Полина уговорила свою младшую сестру Мэри потренироваться умножать числа в столбик. Они договорились так: Мэри может взять любые 5 чисел заканчивающиеся на 1 и перемножить между собой, а Полина должна угадать на какую цифру закончится произведение. Если Полина угадает, она получит от Мэри леденец. Честная ли это игра?



Задача 2. Полина решила показать Мэри как перемножают числа старшеклассники. И нарисовала на большом листе вот такой пример: $1312356 \times 1312357 = 18400123535694$.

Покажите без использования калькулятора, что Полина ошиблась.

Задача 3. Полина принесла из школы табличку, в которой в один ряд были выписаны все числа от 1 до 50. А Мэри, когда ей стало скучно, села и выписала под этим рядом все эти же числа в обратном порядке: 50, 49, ..., 1. а) Чему оказалась равна сумма всех чисел написанных на листочке? б) А чему равняется сумма всех чисел от 1 до 111?

Задача 4. Полина долгое время собирала наклейки и выяснила, что у неё скопилось сколько-то комплектов по 10 наклеек и 3 отдельные наклейки. Она хотела их разложить на одном огромном листе в виде квадратной таблицы, но у неё это никак не получалось. Постоянно, то наклеек не хватало, то находились лишние. Может ей просто не хватает ещё наборов? Может ли вообще квадратная таблица содержать внутри себя такое число наклеек, чтобы последняя цифра числа наклеек была тройкой?

Задача 5. А Мэри в соседней комнате пыталась разложить свои наклейки не квадратом, а прямоугольником особенной формы — одна сторона всего на 1 больше другой. Давайте поможем ей и поймем на что вообще может закончиться произведение двух соседних чисел?

Задача 6. Полина договорилась с Мэри, что Полина сразу же уступит сестре телевизор, как только та найдет такое число, сумма всех чисел до которого оканчивается на 7. (Например, число 6 в качестве ответа не подойдет, так как сумма $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ заканчивается на 1, а не на 7). Помогите Мэри выяснить существует ли такое число вообще!