

Делимость как ограничение

Задача 103. Ковбой Билл зашел в бар и попросил бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов. В ответ на это Билл вытащил револьвер. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать?



Задача 104. а) Можно ли доску размером 7×3 заполнить дощечками 1×4 ?
б) Можно ли разрезать квадрат 4×4 на 5 равных частей?

Задача 105. а) Если какое-нибудь число в календаре делится на 3, то и все числа, расположенные вместе с этим числом на одной диагонали, идущей сверху вниз в левую сторону, также делятся на 3 (посмотрите на календарь и убедитесь!). Почему так получается?

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

б) Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. 33 богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?

Задача 106. а) У каждого марсианина 3 руки. Могут ли 7 марсиан взяться за руки?

б) Может ли в государстве, в котором из каждого города выходит три дороги, быть ровно 100 дорог?

Задача 107. Вчера Никита купил несколько ручек: чёрные – по 9 рублей за штуку и синие – по 4 рубля за штуку. Зайдя сегодня в тот же магазин, он обнаружил, что цены на ручки изменились: чёрные стали стоить 4 рубля за штуку, а синие – 9 рублей. Увидев такое, Никита сказал с досадой: “Покупай я те же ручки сегодня, сэкономил бы 49 рублей”. Не ошибается ли он?

Задача 108. На складе лежало несколько целых головок сыра. Ночью пришли крысы и съели 10 головок, причём все ели поровну. У нескольких крыс от обжорства заболели животы. Остальные семь крыс следующей ночью доели оставшийся сыр, но каждая крыса смогла съесть вдвое меньше сыра, чем накануне. Сколько сыра было на складе первоначально?



Задача 109. Рассмотрим последовательность *чисел Фибоначчи*

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...

(она начинается с двух единиц, а каждое следующее число получается как сумма двух предыдущих).

- а) Какие из чисел в этой последовательности делятся на два? Подумайте над обобщениями.
- б) Возьмем два соседних числа из этой последовательности. Какие у них есть общие делители?