

Признаки делимости

Задача 151. а) Вася забыл последнюю цифру в пароле от телефона. У него в памяти осталось только: 652^* . Также он точно помнит, что это число делится на 9. Помогите Васе вспомнить пароль.

б) А сколько попыток понадобится Васе, если число делится на 3?

Задача 152. Может ли число, состоящее только из троек, делиться на число, состоящее только из четверок? А наоборот?

Для каждого вопроса либо приведите пример пары чисел, либо докажите, что такой пары не существует.

Задача 153. а) Чтобы открыть сейф, нужно ввести код — число, состоящее из семи цифр: двоек и троек. Сейф откроется, если двоек больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Придумайте код, открывающий сейф.

б) Теперь код — число, состоящее из пяти цифр: четверок и пятерок. Сейф откроется, если четверок больше, чем пятерок, а код делится и на 3, и на 6. Перечислите все варианты кода, открывающие сейф.

Задача 154. Полина написала на доске число 10. Потом выбрала какую-то цифру и написала её сначала перед числом 10, а потом после. Полученное число, к удивлению Полины, делилось на 12. Какую цифру выбрала Полина?

Задача 155. Представим себе игру: двое по очереди выписывают на доску цифры одну за другой. Лида выписывает первую цифру, потом Анна — вторую, Лида — третью и так далее. Анна хочет, чтобы полученное двенадцатизначное число делилось на 9, а Лида хочет ей помешать. Кто выигрывает при правильной игре?

Задача 156. Найдите наименьшее число, запись которого состоит лишь из нулей и единиц, делящееся на 45.

Задача 157. Можно ли в числе 123456789 переставить цифры так, чтобы оно делилось на каждую из своих цифр?

Задача 158. На физическом кружке учитель поставил эксперимент. Он разложил на чашечные весы 16 гирек массами 1, 2, 3, ..., 16 грамм так, что одна из чаш перевесила. Пятнадцать учеников по очереди выходили из класса и забирали с собой по гирьке, причем после выхода каждого ученика весы меняли свое положение и перевешивала противоположная чаша весов. Какая гирька могла остаться на весах?

Задача 159. Робот Робби перемножает все числа от 1 до 100 и подсчитывает сумму цифр этого произведения. Затем он берёт полученную сумму и подсчитывает сумму её цифр. Так он продолжает делать до тех пор, пока не получится однозначное число. Что это за число?

Задача 160. Камни лежат в трех кучках: в одной — 51 камень, в другой — 49 камней, а в третьей — 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из четного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?