

Последняя цифра

Задача 170. Полина уговорила свою младшую сестру Мэри потренироваться умножать числа в столбик. Они договорились так: Мэри может взять любые 5 чисел, заканчивающиеся на 1 и перемножить между собой, а Полина должна угадать, на какую цифру закончится произведение. Если Полина угадает, она получит от Мэри леденец. Честная ли это игра?

Задача 171. Полина решила показать Мэри, как перемножают числа старшеклассники. И написала на большом листе вот такой пример:

$$13**3*6 \times 1**23*7 = 17\,222\,279\,583\,094.$$

Некоторые числа здесь заменены звездочками — и все же докажите, что Полина ошиблась.

Задача 172. Прочитав в книге рекордов Гиннеса, что наибольшее известное простое число равно $282589^{933} - 1$, Арман сразу догадался, что там есть какая-то опечатка. Как он это понял?

Задача 173. Полина выписала на доску арифметическое выражение, а Мэри заменила в нём некоторые цифры буквами (разные цифры — разными буквами, одинаковые цифры — одинаковыми). Получилось следующее:

$$\begin{array}{r} \text{Ч И С Л О 4} \\ \times \qquad \qquad \qquad 4 \\ \hline 4 \text{ Ч И С Л О} \end{array}$$

Помогите Арману восстановить выражение.

Задача 174. а) Полина долгое время собирала наклейки и выяснила, что у неё скопилось сколько-то комплектов по 10 наклеек и 3 отдельные наклейки. Она хотела их разложить на одном огромном листе в виде квадратной таблицы, но у неё это никак не получалось. Постоянно то наклеек не хватало, то находились лишние. Может ей просто не хватает ещё наборов?

б) На какую цифру может оканчиваться квадрат натурального числа?

Задача 175. Полина договорилась с Мэри, что Полина сразу же уступит сестре телевизор, как только та найдет такое число, сумма всех чисел до которого оканчивается на 7. (*Например, число 6 в качестве ответа не подойдет, так как сумма $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ заканчивается на 1, а не на 7*). Помогите Мэри выяснить, существует ли такое число вообще!

Задача 176. Найдите число, которое оканчивается на цифру 2, а если эту цифру переставить в начало, уменьшается в три раза.

Задача 177. Число 76 обладает таким любопытным свойством: последние две цифры числа $76^2 = 5776$ — это снова 76. Есть ли ещё такие двузначные числа?

Задача 178. Можно ли 1111 наклеек разложить в виде двух квадратов (возможно разных размеров)?