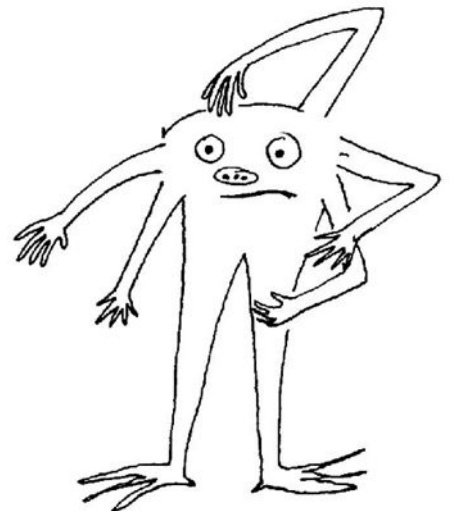
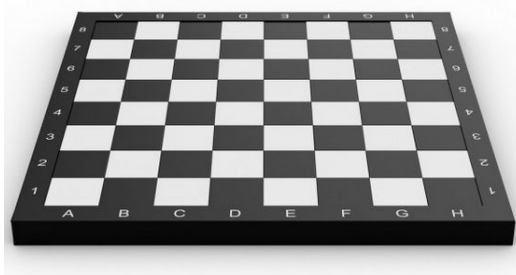


# Графы

1. В деревне Кожурк 9 домов. Известно, что у Пети соседи Серёжа и Антон, Максим сосед Серёже и Кате, Виктор - Диме и Мише, а также по соседству живут Евгений с Мишей, Серёжа с Катей, Евгений с Димой, Катя с Антоном и больше соседей в означенной деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Петя огородами пробраться к Мише за яблоками?
2. а) В государстве 11 городов, и из каждого из них выходит по 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве? б) В другом государстве 15 маленьких городов и 3 больших города. Из маленьких городов выходит по 3 дороги, а из больших по 5 дорог. Сколько всего дорог в государстве?
3. а) На космическом корабле 11 марсиан, у каждого марсианина 5 рук. Могут ли все они взяться за руки? (Чтобы взяться за руки, нужно использовать все руки, а самого себя за руку брать нельзя) б) На космической вечеринке собрались 12 марсиан, 7 венерианцев и 5 человек. У марсиан по 5 рук, у венерианцев по 3 руки, а у людей вы сами знаете, сколько. Смогут ли все на вечеринке взяться за руки?
4. У меркурианцев по 4 руки. Смогут ли 4 меркурианца и 1 человек Петя взяться за руки?
5. а) Идёт Петя, а навстречу ему 5 меркурианцев. Докажите, что среди них найдутся либо трое, знакомых с Петей, либо трое, не знакомых с Петей.  
б) Докажите, что среди любых 6 меркурианцев найдутся либо 3 попарно знакомых, либо 3 попарно незнакомых меркурианца.  
в) А если есть всего 5 меркурианцев?
6. В шахматном турнире, в котором каждый участник должен был встретиться с каждым, один шахматист заболел и не доиграл свои партии. Всего в турнире было проведено 24 встречи. Сколько шахматистов участвовало в турнире, и сколько партий сыграл выбывший участник?



## Дополнительные задачи

7. (*Лемма о рукопожатиях*) Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно.
8. На планете Контрастов живут только рыцари и лжецы, некоторые из них дружат между собой. Каждый из них утверждает, что среди его друзей чётное число лжецов. Докажите, что на планете Контрастов живёт чётное число лжецов.
9. В государстве 2011 городов. Из столицы выходит 25 дорог, из Тьмутараканьска выходит всего одна дорога, а из всех остальных городов — по 20 дорог. Докажите, что из столицы можно доехать до Тьмутараканьска.
10. В стране Оз есть много городов, некоторые из которых соединены дорогами. Каждая из дорог вымощена либо желтым кирпичом, либо красным, либо зеленым. Известно, что из Изумрудного города выходит ровно одна дорога, а из всех остальных городов — по три дороги. Докажите, что в стране Оз есть город, из которого выходят две дороги одного цвета.