Круги Эйлера

Круги Эйлера – это геометрическая схема, которая помогает изобразить отношения между каким-либо множеством и его частью.

Пример:

На рисунке представлено множество – все возможные игрушки. Некоторые из игрушек являются конструкторами – они выделены в отдельный овал. Это часть большого множества «игрушки» и одновременно отдельное множество (ведь конструктором может быть и «Лего», и примитивные конструкторы из кубиков для малышей). Какая-то часть большого множества «игрушки» может быть заводными игрушками. Они не конструкторы, поэтому мы рисуем для них отдельный овал. Желтый овал «заводной автомобиль» относится одновременно к множеству «игрушки» и является частью меньшего множества «заводная игрушка». Поэтому и изображается внутри обоих овалов сразу.

Теперь попробуйте понять, как круги Эйлера могут помочь в решении задач!

Задача 1. В классе 35 учеников. Из них 20 занимаются в математическом кружке, 11 – в биологическом, а 10 ребят не посещают эти кружки. Сколько биологов увлекаются математикой?

Задача 2. Нарисуйте круги Эйлера для следующих ситуаций: a) Среди всех единорогов есть белые и серебряные. b) Среди всех единорогов есть белые, а есть с серебряными хвостами. (Цвет единорога и цвет хвоста могут различаться) c) Среди всех единорогов есть белые, есть с серебряными хвостами и есть полосатые.

Задача 3. В кондитерском отделе супермаркета посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и одну коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

Задача 4. Семиклассники решали две задачи. В конце занятия преподаватели составили четыре списка: I – решивших первую задачу, II – решивших только одну задачу, III – решивших по меньшей мере одну задачу, IV – решивших обе задачи. Какой из списков самый длинный? Могут ли два списка совпадать по составу? Если да, то какие?

Задача 5. Клоуны гонялись за детьми. Всего было 36 детей. Из них двое не прятались ни в подвале, ни в магазине, ни в цирке. В подвале за всё время пряталось 25 человек, в магазине – 11, а в цирке 17 человек; и в подвале и в магазине-6; и в подвале, и в цирке – 10; и в цирке, и в магазине – 4. Сколько человек пряталось во всех трёх местах?

Задача 6. Три лентяя красили пол площадью 24 м². Сначала один из них покрасил 10 м² синей краской, потом второй – 8 м² красной краской, и, наконец, третий – 6 м² – желтой. В результате оказалось, что двумя цветами покрашена площадь 3 м², а 1 м² покрашен всеми тремя цветами. Какова площадь неокрашенного пола? Какова площадь красного пола (без других красок)?

Задача 7. Большая группа туристов выехала в заграничное турне. Из них владеет английским языком 28 человек, французским – 13, немецким – 10, английским и французским – 8, французским и немецким – 5, английским и немецким – 6, всеми тремя языками – двое, а 41 человек не владеет ни одним из трех языков. Сколько всего туристов?

Дополнительные задачи

Задача 8. а) Сколько существует целых положительных чисел, меньших 1000, которые не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 7, ни на 11? b) Сколько существует различных натуральных чисел, меньших 1000, в запись которых входят обе цифры 1 и 2?

Задача 9. Аня, Боря и Вася составляли слова из заданных букв. Все составили разное число слов: больше всех – Аня, меньше всех – Вася. Затем ребята просуммировали очки за свои слова. Если слово есть у двух игроков, за него даётся 1 очко, у одного игрока – 2 очка, слова, общие у всех трёх игроков, вычеркиваются. Могло ли так случиться, что больше всех очков набрал Вася, а меньше всех – Аня?

Задача 10. Антон, Артем и Вера решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил только один человек, и легкой, если ее решили все трое. Насколько отличается количество трудных задач от количества легких?

Задача 11. В коридоре длиной 100 метров постелено 20 ковровых дорожек общей длины 1000 метров. Каково может быть наибольшее число незастеленных кусков (ширина дорожки равна ширине коридора)?

Задача 12. На кафтане площадью 1 размещены 5 заплат, площадь каждой из которых не меньше 1/2. Докажите, что найдутся две заплаты, площадь общей части которых не меньше 1/5.