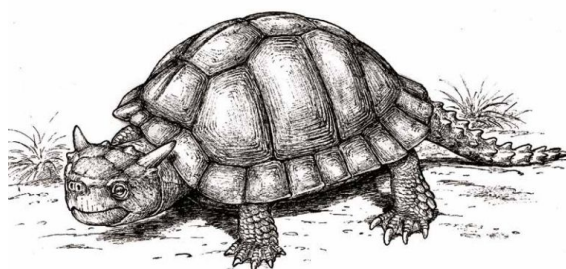


Системы счисления

В десятичной системе счисления есть разряды единиц, десятков, сотен и т.д. То есть, когда мы пишем 25253, то имеем в виду $2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 3$. В других системах разряды другие, например в троичной — разряды единиц, троек, девяток и т. д.: $12011 = 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3 + 1 = 81 + 54 + 0 + 3 + 1 = 139$. Это значит, что число 12011 в троичной системе равно числу 139 в десятичной системе.

- а) У вас есть чашечные весы и гири весом 1г, 3г, 9г, 27г и 81г (каждой -по одной штуке). Как на этих весах уравновесить груз весом 61г? (гири можно класть на обе чаши весов) б) Вы имеете право сделать 4 гири любого веса. Какие это должны быть гири, чтобы на весах из предыдущей задачи можно было взвесить грузы от 1 до 40 кг?
- В каких системах счисления $3+4=7$? $3+4=10$? $3+4=11$?
- Посчитайте в двоичной системе а) $100101+11011$ б) $1010011-11011$.
Переведите эти числа и ответы из двоичной системы в десятичную систему.
- Дима загадал число не меньше 1 и не больше 1000. Васе разрешено задавать только такие вопросы, на которые Дима может ответить «да» или «нет» (Дима всегда говорит правду). За какое минимальное количество вопросов Вася сможет гарантированно отгадать число?
- В десятичной системе счисления есть такой признак делимости на 2: число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2. а) в каких еще системах счисления этот признак верен? б) придумайте признак делимости на 2 в остальных системах счисления.
- В азбуке Морзе каждая буква кодируется последовательностью из одной или нескольких точек или тире. Можно ли закодировать все 33 буквы русского алфавита различными последовательностями, используя не более 4 символов для кодирования каждой буквы?
- В наборе имеются гири массой 1 г, 2 г, 4 г, ... (все степени числа 2), причем среди гирь могут быть одинаковые. На две чаши весов положили гири так, чтобы наступило равновесие. Известно, что на левой чашке все гири различны. Докажите, что на правой чашке не меньше гирь, чем на левой.

Подсказка: если немного подумать, можно доказать, что любое число можно записать в двоичной системе единственным образом, но в 7-ой задаче можно использовать этот факт без доказательства.



Дополнительные задачи

8. Разрежьте по клеточкам квадрат 7×7 на девять прямоугольников (не обязательно различных), из которых можно будет сложить любой прямоугольник со сторонами, не превосходящими 7.
9. На доске сохранилась полустертая запись:

$$\begin{array}{r} 235 \\ + 1642 \\ \hline 42423 \end{array}$$

Выясните, в какой системе счисления записан пример и восстановите слагаемые.

10. Какое наименьшее число гирь необходимо для того, чтобы иметь возможность взвесить любое число граммов от 1 до 100 на чашечных весах, если гири можно класть на обе чашки весов?