Игры

Часть 1

В приведённых ниже задачах описаны правила различных игр. Всюду предполагается, что в игре участвуют два игрока, они ходят по очереди. Если в задаче явно не поставлен вопрос, то считается, что он такой: у кого из игроков есть выигрышная стратегия и какая это стратегия?
***Стратегия** — это набор правил, по которым игрок должен делать свои ходы в зависимости от предыдущих ходов противника и текущей позиции. Для игрока, делающего первый ход, стратегия должна включать в себя и выбор первого хода.*

1. Волк и Красная Шапочка по очереди ломают шоколадку 3×5. За один ход можно сделать прямолинейный разлом вдоль любой бороздки. Если Красная Шапочка не сможет сделать хода, то Волк её съест. Он на это очень расчитывает и поэтому решил ходить первым. Сможет ли Красная Шапочка уцелеть?

2. На столе лежат две кучки камней - по 7 в каждой. За ход каждому из двух игроков разрешается взять любое количество камней, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кому нечего брать.

3. На столе лежат три монеты достоинством 10, 20 и 30 центов. Также имеется касса, в которой есть неограниченное количеством монет любого достоинства. За один ход разрешается взять любую монету со стола, разменять её в кассе на несколько более мелких и их снова положить на стол. Проигрывает тот, кто не может ничего разменять.

4. У ромашки а) 12 лепестков; б) 11 лепестков. За ход разрешается сорвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает игрок, который не сможет сделать ход. Как действовать второму игроку, чтобы выиграть независимо от ходов первого игрока?

5. На окружности отмечено 12 точек. Петров и Васечкин по очереди соединяют любые две из них отрезком, так, чтобы он не пересекал ранее проведённые отрезки(разрешается, чтобы два отрезка имели общий конец). Начинает Петров. Выигрывает тот из них, после хода которого соединять больше нечего.

Часть 2

*В приведённых ниже задачах требуется расставить выигрышные и проигрышные позиции. Позиция называется **выигрышной**, если игрок, делающий ход из этой позиции, может затем обеспечить себе выигрыш. В противном случае позиция называется **проигрышной**.*
Выигрышные и проигрышные позиции расставляются с конца по следующим правилам:

- *позиция, из которой нельзя сделать ход — проигрышная;*
- *если из позиции X **можно** попасть в проигрышную позицию, то позиция X — выигрышная;*
- *если **все** ходы из позиции X ведут в выигрышные позиции, то позиция X — проигрышная.*

Победу может обеспечить себе первый игрок, если начальная позиция — выигрышная, и второй, если она проигрышная. Выигрышная стратегия — ходить на проигрышные позиции.

6. В левом нижнем углу доски 8×8 стоит а)хромая ладья; б)хромой король. Ходить можно по шахматным правилам для данной фигуры, но только направо, вверх и направо-вверх. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

7. Та же игра, но на доске 5×7. Кроме ладьи и короля рассмотрите случай ферзя.

8. а) В кучке лежит 10 камешков. Игроки по очереди берут камешки из кучки. За один ход разрешается взять 1 или 2 камешка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. б) То же самое, но в кучке 12 камешков.

Дополнительные задачи

9. На окружности отмечено а) 5; б) 6; в) *N* точек. Петров и Васечкин по очереди соединяют любые две из них отрезком, так, чтобы он не пересекал ранее проведённые отрезки (разрешается, чтобы два отрезка имели общий конец). Начинает Петров. Выигрывает тот из них, после хода которого соединять больше нечего. Докажите, что, как бы они ни играли, всегда будет выигрывать Петров.

10. На доске записаны числа 1, 2, 3, ..., 1000. Двое по очереди стирают по одному числу. Игра заканчивается, когда на доске остаются два числа. Если их сумма делится на 3, то побеждает тот, кто делал первый ход, если нет –то его партнер. Кто из них выиграет при правильной игре?

11. Двое играют в двойные шахматы: все фигуры ходят как обычно, но каждый делает по два шахматных хода подряд. Докажите, что ,белые могут по крайней мере добиться ничьи.

12. Двое по очереди выписывают на доску натуральные числа от 1 до 1000. Первым ходом первый игрок выписывает на доску число 1. Затем очередным ходом на доску можно выписать либо число 2a , либо число a+1, если на доске уже написано число a . При этом запрещается выписывать числа, которые уже написаны на доске. Выигрывает тот, кто выпишет на доску число 1000. Кто выигрывает при правильной игре?