

Часы, блины и бутерброды

Поговорим о непрерывности. Есть величины, которые всегда меняются непрерывно, например температура или положение секундной стрелки. Если в 4 утра температура на улице была -5°C , а в 4 дня стала $+5^{\circ}\text{C}$, значит точно был момент в течение этих 12 часов, когда температура была равна 0°C . Даже если потеплело очень-очень резко, столбик на термометре просто не мог проскочить отметку "0".

1. Когда мальчик Клайв подошел к дедушкиным настенным часам с кукушкой, на них было 12 часов 5 минут. Клайв стал крутить пальцем минутную стрелку, пока часовая не вернулась на прежнее место. Сколько "ку-ку" насчитал за это время дедушка в соседней комнате?



2. Стоя в углу, Клайв разобрал свои наручные часы, чтобы посмотреть, как они устроены. Собирая их обратно, он произвольно надел часовую и минутную стрелки. Сможет ли он так повернуть циферблат, чтобы хоть раз в сутки часы показывали правильное время (часы при этом еще не заведены)?



3. Однажды утром в 9:00 турист вышел из лагеря к вершине горы и добрался туда в 20:00. В 9:00 следующего дня он начал спуск с вершины (по той же тропе, что и поднимался) и в 20:00 вернулся в лагерь. Докажите, что на тропе найдется точка, которую турист проходил в одно и то же время и в день подъема, и в день спуска.

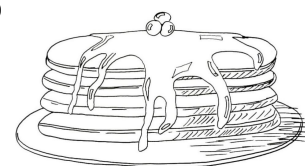
Подсказка: один из способов решения - посмотреть на разность высот, в которых находится турист в одно и то же время вчера и сегодня.

4. Сегодня в полночь в Мбандаке будет 23°C , а в Мбараре – 16°C . Докажите, что найдутся хотя бы две точки на экваторе, температура в которых сегодня в полночь будет ровно 20°C .

Примечание: Мбандака и Мбарара – города, расположенные на экваторе.

5. В любой момент на экваторе земного шара найдутся две диаметрально противоположные точки с одинаковой температурой.

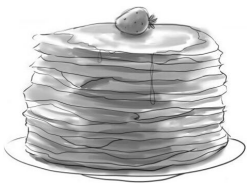
Подсказка: стоит смотреть на разность температур в диаметрально противоположных точках.



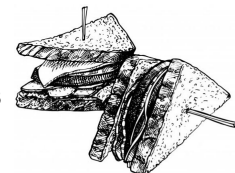
6. а) Маша с Наташей пекли блины. Известно, что Наташа начала печь позже, но испекла в итоге больше блинов, хотя закончили они одновременно. Докажите, что был момент, когда девочки испекли поровну блинов.

б) А если Маша и Наташа тихонько подъедали свои готовые блины?

Допущение: блин считается готовым, только когда он полностью готов, блин считается съеденным, только когда он полностью съеден.



7. В ряд лежат 500 бутербродов: 250 с сыром и 250 с колбасой, неизвестно, в каком порядке. Докажите, что найдутся 250 подряд лежащих бутербродов, среди которых поровну с сыром и с колбасой.



Дополнительные:



8. Саша и Алиса выпили по большому милкшейку. Докажите, что был момент, когда Саша выпила такую же часть милкшейка, какую осталось выпить Алисе.
Допущение: можно считать, что Алиса и Саша пьют милкшейки непрерывно.
9. Есть несколько кусков сыра разной массы. Докажите, что можно разрезать не более одного куска так, что после этого можно будет разложить все куски на две порции одинаковой массы.
10. а) Плоский выпуклый блин неправильной формы можно разделить горизонтальным разрезом на две равновеликие части.
б)*** Плоский выпуклый блин можно разделить парой перпендикулярных прямолинейных разрезов на четыре равновеликие части.

