

## Метод крайнего

*Для решения задачи часто бывает полезно рассмотреть «крайний случай». Например, рассмотреть две точки находящиеся на максимальном (или минимальном) расстоянии, угловую клетку, набор с максимальным (или минимальным) количеством элементов.*

**Задача 1.** Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

**Задача 2.** По кругу записаны 64 числа, каждое из которых равно среднему арифметическому соседних чисел. Докажите, что все числа равны.

**Задача 3.** Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске как хромя ладья (на одну клетку по вертикали или горизонтали). Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размером  $8 \times 8$  клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?

**Задача 4.** На шахматной доске стоит несколько а) ладей; б) ферзей. Обязательно ли найдется фигура, бьющая не более двух других?

**Задача 5.** Семь грибников собрали вместе 59 грибов, причем каждый собрал разное количество. Докажите, что какие-то три грибника собрали вместе не менее 33 грибов.

**Задача 6.** а) Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строчку так, чтобы разность любых двух соседних чисел (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 100?

**Задача 7.** Известно, что если у двух шестиклассников поровну знакомых в своей параллели, то общих знакомых у них нет. Варя знает ровно 20 ребят. При этом известно, что у всех остальных ребят знакомых не более 20. Докажите, что есть еще хотя бы один шестиклассник, у которого тоже ровно 20 знакомых на параллели.

**Задача 8.** Каждый из 450 депутатов парламента дал пощёчину ровно одному своему коллеге. Докажите, что можно избрать парламентскую комиссию из 150 человек, среди членов которой никто никого не бил.



### Дополнительные задачи

**Задача 9.** У Пети всего 28 одноклассников. У каждых двух из 28 различное число друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?

**Задача 10.** С начала учебного года Андрей записывал свои оценки по математике. Получая очередную оценку (2, 3, 4 или 5), он называл её неожиданной, если до этого момента она встречалась реже каждой из всех остальных возможных оценок. (Например, если бы он получил с начала года подряд оценки 3, 4, 2, 5, 5, 5, 2, 3, 4, 3, то неожиданными были бы первая пятерка и вторая четвёрка.) За весь учебный год Андрей получил 40 оценок – по 10 пятёрок, четверок, троек и двоек (неизвестно, в каком порядке). Можно ли точно сказать, сколько оценок были для него неожиданными?

**Задача 11.** В классе 27 учеников. Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причём для каждых двух учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдётся кружок, в котором занимаются не менее 18 учеников.