

Пошаговые стратегии

Задача 0. Решив задачу, Знайка набирается знаний, опыта и уверенности в себе, и после этого способен решить следующую. Докажите, что Знайка сможет решить все задачи листка, если он справился с задачей 0.

Задача 1. Из квадрата $2^n \times 2^n$ вырезали угловую клетку. Докажите, что такую фигуру можно разрезать на уголки из трёх клеток. (попробуйте для маленьких n)

Задача 2. Плоскость поделена на части несколькими прямыми. Докажите, что эти части можно раскрасить в чёрный и белый цвета так, чтобы части одного цвета не имели общего отрезка границы.

Задача 3. Вера приготовила гигантскую вафлю и позвала гостей. Сначала она разрешила вафлю на 6 частей, а потом каждый раз, когда приходил новый гость, разрешила какой-нибудь из кусочков вафли на 4 части. В итоге собралось 2019 гостей. Могло ли оказаться так, что Вера и все гости съели ровно по одному кусочку вафли?

Задача 4. а) Докажите, что квадрат можно разрезать на любое *чётное* количество квадратов (не обязательно одинаковых), большее или равное 4.

б) Докажите, что квадрат можно разрезать на любое *нечётное* количество квадратов (не обязательно одинаковых), большее или равное 7.

Задача 5. Докажите, что любой треугольник можно разрезать на:

а) 2020 прямоугольных треугольников;

б) 2020 треугольников с углом в 15 градусов.

Задача 6. Придумайте 8 таких различных натуральных чисел, что их сумма делится на каждое из этих 8 чисел и во всех парах, кроме одной, большее число делится на меньшее.

