

Что не так?

- ▷ Уметь находить ошибки в чужих решениях не менее важно, чем придумывать свои. В задачах 1–4 предлагаем найти и объяснить ошибки в приведённых рассуждениях.

Задача 1 ($4 = 5$). Очевидно, $-20 = -20$. Но тогда верны и такие равенства:

$$\begin{aligned} -20 &= -20 \\ 16 - 36 &= 25 - 45 \\ 16 - 36 + \frac{81}{4} &= 25 - 45 + \frac{81}{4} \\ \left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 &= \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2 \\ \left(4 - \frac{9}{2}\right) &= \left(5 - \frac{9}{2}\right) \\ 4 &= 5. \end{aligned}$$

Задача 2 (Если $a > b > 0$, то $a > 2b$). Пусть $a > b > 0$. Из неравенства $a > b$ следует, что $a \cdot b > b^2$. Уменьшив обе части неравенства на a^2 , получим:

$$a \cdot b - a^2 > b^2 - a^2.$$

Поделив обе части полученного неравенства на $(b - a)$, приходим к $a > b + a$. Если сложить это (само по себе уже неожиданное) неравенство с исходным $a > b$, мы получим $2a > 2b + a$, то есть, $a > 2b$.

Задача 3 ($4 = 8$). Рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2 - \frac{y}{2} = x \end{cases}$$

Решим эту систему, подставив выражение для x из второго уравнения в первое:

$$\begin{aligned} 2\left(2 - \frac{y}{2}\right) + y &= 8, \\ 4 - y + y &= 8, \\ 4 &= 8. \end{aligned}$$

Итак, $4 = 8$, как мы и обещали.

Что не так?

Задача 4 ($64 = 65$). Если в предыдущей задаче мы пользовались алгеброй, то здесь для разнообразия применим геометрию.

Рассмотрим квадрат со стороной 8 и разрежем его, как показано на рисунке внизу слева: на два прямоугольных треугольника с катетами 3 и 8 и две прямоугольные трапеции с основаниями 3 и 5. Из этих трапеций и треугольников можно сложить прямоугольник 13×5 , как показано на рисунке внизу справа.

Поскольку разрезание фигуры на части и перекладывание этих частей площади не меняет, площадь квадрата равна площади прямоугольника. То есть, $64 = 65$.

- ▷ Рекомендуем вырезать квадрат 8×8 из клетчатой бумаги и попробовать повторить эксперимент.

