Волшебный отель (продолжение)

Задача 1. В отель приехали лингвисты. У каждого лингвиста есть уникальное любимое слово из букв русского алфавита, причем каждое такое слово соответствует некоторому лингвисту. Сможет ли Волшебник поселить в отеле всех лингвистов?

Задача 2*. В отель приехали более продвинутые лингвисты. Их уникальные любимые слова составлены из букв бесконечного межгалактического алфавита. Для восприятия сложной структуры получающегося языка разрешается представлять себе, что каждая буква этого алфавита кодируется некоторым натуральным числом. Тем самым можно сказать, что, например, 1 96 12 3 является словом языка. Сможет ли Волшебник заселить в свой отель всех продвинутых лингвистов?

Задача 3. На следующей неделе в отель приезжает группа из бесконечного числа программистов. Каждый из них имеет уникальный любимый двоичный код из бесконечного числа нулей и единиц. Например, есть программист с любимым кодом 010101... и программист с кодом 110110110..., и каждому коду соответствует некоторый программист. Сможет ли Волшебник заселить всех программистов в свой отель?

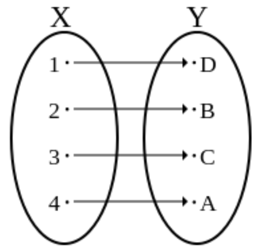
А до скольки мы умеем считать?

Задача 0. На бал пришла большая толпа детей. Они все танцуют, веселятся, ни за кем не углядеть. А как понять, кого пришло больше – мальчиков или девочек, если посчитать их нельзя?

Задача 1. Если мы из натуральных чисел выкинем одно число (любое), уменьшится ли их «количество»?

Задача 2. Вспомните, как мы с вами умещали бесконечный автобус в уже и так заполненный бесконоченый отель. Попробуйте из этого рассуждения получить доказательство того, что натуральных чисел и чётных натуральных чисел «одинаковое количество».

▷ Два множества называются равномощным («имеют одинаковое количество элементов»), если между ними существует взаимно-однозначное отображение (правило, которое каждому элементу одного множества ставит в пару элемент другого множества, причём пара есть у всех и ровно одна). Пример таких отображений мы с вами построили в предыдущих задачах.



Задача 3. А теперь докажите, что натуральных чисел и целых «поровну».

▷ Множества, равномощные множеству натуральных чисел, называются *счётными*. Иными словами, счётные множества – это те, элементы которых мы можем пересчитать.

Задача 4. А где больше точек – на отрезке $[0; 1]$ или на луче $[1; \infty)$?