

Принцип включения-исключения

Задача 1. Пусть P — множество прямоугольных треугольников, R — множество равнобедренных треугольников и S — множество равносторонних треугольников. Изобразите эти множества с помощью кругов Эйлера.

Задача 2. В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой занимаются 15 человек, биологией — 20, а математикой и биологией — 10?

Задача 3. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 1000, которые делятся на 3? На 5? На 15? Не делятся ни на 3, ни на 5?

Задача 4. Сколько существует целых чисел от 1 до 1 000 000, которые не являются ни полным квадратом, ни полным кубом, ни пятой степенью целого числа?

Задача 5. Из абитуриентов, сдававших приемные экзамены, оценку «отлично» получили: по математике — 48 абитуриентов, по физике — 37, по русскому языку — 42, по математике или физике — 75, по математике или русскому языку — 76, по физике или русскому языку — 66, по всем трем предметам — 4. Сколько абитуриентов получили хотя бы одну пятерку? А ровно одну пятерку?

Задача 6. В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

Задача 7. (Л.Кэрролл) В ожесточенном бою 70 из 100 пиратов потеряли один глаз, 75 — одно ухо, 80 — одну руку и 85 — одну ногу. Каково минимальное число потерявших одновременно глаз, ухо, руку и ногу?

Задача 8*. а) В квадрате площади 6 расположены три многоугольника площади 3. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше 1.

б) В квадрате площади 5 расположено девять многоугольников площади 1. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше $1/9$.

