Разнобой

Задача 1. Существуют ли такие три попарно различных натуральных числа a, b и c, что числа $a+b+c$ и $a \cdot b \cdot c$ являются квадратами некотороых натуральных чисел?

Задача 2. Найдите наименьшее натуральное число n, для которого $n^2+20n+19$ делится на 2019.

Задача 3. По кругу в некотором порядке расставлены все натуральные числа от 1 до 1000 таким образом, что любое из чисел является делителем суммы двух своих соседей. Известно, что рядом с числом k стоят два нечетных числа. Какой четности может быть число k?

Задача 4. На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K, что AK = BM. Кроме того, $\angle AMC = 60°$. Докажите, что AC = BK.

Разнобой

Задача 1. На плоскости даны треугольник ABC и 10 прямых, среди которых нет параллельных друг другу. Оказалось, что каждая из прямых равноудалена от каких-то двух вершин треугольника ABC. Докажите, что хотя бы три из этих прямых пересекаются в одной точке.

Задача 2. На занятии кружка 10 школьников решали 10 задач. Все школьники решили разное количество задач; каждую задачу решило одинаковое количество школьников. Один из этих десяти школьников, Боря, решил задачи с первой по пятую и не решил задачи с шестой по девятую. Решил ли он десятую задачу?

Задача 3. В клетках квадратной таблицы $n \times n$, где $n > 1$, требуется расставить различные целые числа от 1 до n^2 так, чтобы каждые два последовательных числа оказались в соседних по стороне клетках, а каждые два числа, дающие одинаковые остатки при делении на n — в разных строках и в разных столбцах. При каких n это возможно?

Задача 4. По кругу расставили 1000 чисел, среди которых нет нулей, и раскрасили их поочередно в белый и черный цвета. Оказалось, что каждое черное число равно сумме двух соседних с ним белых чисел, а каждое белое число равно произведению двух соседних с ним черных чисел. Чему может быть равна сумма всех расставленных чисел?