

## Признаки ромбов

▷ Ромб — это четырёхугольник, все стороны которого равны.

▷ Признаки ромба:

- если в параллелограмме равны соседние стороны, то это — ромб;
- если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то это — ромб;
- если в параллелограмме диагональ является биссектрисой, то это — ромб;
- если в четырёхугольнике обе диагонали являются биссектрисами, то это — ромб;

**Задача 1.** Обязательно ли будет ромбом четырёхугольник, в котором:

- равны 3 из 4 сторон;
- диагонали перпендикулярны;
- диагонали перпендикулярны и одна из них — биссектриса?

В каждом пункте нарисуйте контрпример не-ромб или докажите, что описанная фигура всегда будет ромбом.

▷ Напоминание: *параллелограмм Вариньона* — это параллелограмм, вершины которого являются серединами сторон данного четырёхугольника.

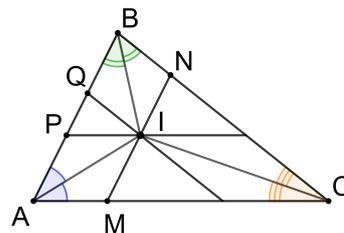
**Задача 2.** Докажите, что

- параллелограмм Вариньона для ромба — это прямоугольник;
- параллелограмм Вариньона для прямоугольника — это ромб.

**Задача 3.** Пусть  $P$  и  $Q$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника  $ABCD$ , а  $M$  и  $N$  — середины диагоналей  $AC$  и  $BD$ . Докажите, что если  $MN$  и  $PQ$  перпендикулярны, то  $BC = AD$ .

**Задача 4.** Пусть  $I$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ . Прямая, проходящая через  $I$  параллельно стороне  $AB$ , пересекает  $AC$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$ , а прямые, проходящие через  $I$  параллельно  $AC$  и  $BC$ , пересекают  $AB$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что

- $MN = AM + BN$ ;
- периметр треугольника  $IPQ$  равен длине  $AB$ .



**Задача 5\*.** Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что точки пересечения биссектрис треугольников  $ABO$ ,  $BCO$ ,  $CDO$  и  $DAO$  являются вершинами ромба.