

Признаки параллелограммов

Параллелограмм — четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Задача 0. Докажите следующие *признаки* параллелограммов: четырёхугольник является параллелограммом, если

- две его противоположные стороны равны и параллельны;
- его противоположные стороны попарно равны;
- его противоположные углы попарно равны;
- его диагонали в точке пересечения делятся пополам.

Задача 1. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки E и F соответственно так, что $AE = 2BF$. На луче EF отмечена точка G так, что $GF = EF$. Докажите, что угол ACG — прямой.

Задача 2. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BN , а из вершины D — высоты DP и DQ . Докажите, что точки M , N , P и Q являются вершинами прямоугольника.

Задача 3. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC отмечены точка M — середина стороны AB , точка P — середина отрезка CM , точка N делит сторону BC в отношении $3 : 1$ (считая от вершины B). Докажите, что $AP = MN$.

Задача 4. Внутри параллелограмма $ABCD$ отметили точку E таким образом, что $CD = CE$. Докажите, что прямая DE перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков AE и BC .

Задача 5. На сторонах параллелограмма вне его построены квадраты. Докажите, что их центры также образуют квадрат (см. рис.).

