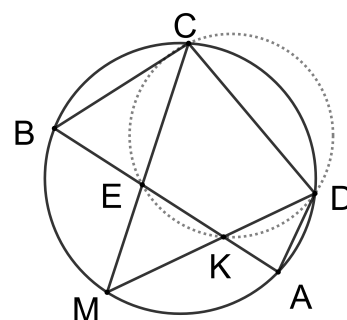


Углы и дуги

- ▷ Центральный угол равен дуге, на которую он опирается;
- ▷ Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается;
- ▷ Угол между пересекающимися хордами равен полусумме дуг, заключенных между ними.

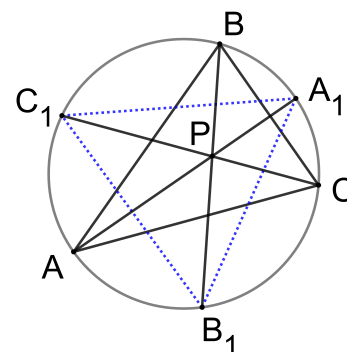
Задача 1. На окружности даны точки A, B, C и D в указанном порядке; K, L, M и N — середины дуг AB, BC, CD и DA соответственно. Докажите, что $KM \perp LN$.

Задача 2. На окружности даны точки A, B, C, D в указанном порядке. Точка M — середина дуги AB . Обозначим точки пересечения хорд MC и MD с хордой AB через E и K . Докажите, что $KECD$ — вписанный четырёхугольник.



Задача 3. Точки A, B, C и D лежат на окружности с центром O (точка O лежит внутри четырёхугольника $ABCD$). Известно, что $\angle BAO = \angle DAC$. Докажите, что диагонали AC и BD перпендикулярны.

Задача 4. Внутри остроугольного треугольника ABC взята такая точка P , что $\angle APB = \angle ACB + 60^\circ$, $\angle BPC = \angle BAC + 60^\circ$ и $\angle CPA = \angle CBA + 60^\circ$. Прямые AP, BP и CP пересекают описанную окружность треугольника ABC в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — равносторонний.



Задача 5. Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC , а M — середина дуги BC , не содержащей точки A . Докажите, что угол OMA равен модулю полуразности углов B и C треугольника ABC .