

Вневписанная окружность

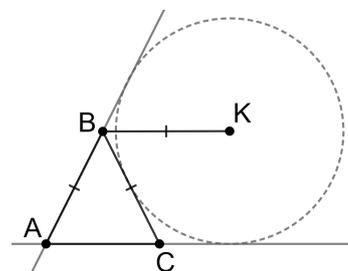
Задача 1. Вневписанная окружность треугольника ABC касается продолжений сторон AC и AB в точках K и L соответственно. Известно, что $AK = AL = 20$. Чему равен периметр треугольника ABC ?

Задача 2. В треугольнике ABC стороны $BC = a$, $AC = b$ и $AB = c$, а r — радиус вневписанной окружности, касающейся стороны AB .

а) Докажите, что если $\angle C = 90^\circ$, то $r = \frac{a+b+c}{2}$;

б) докажите, что если $r = \frac{a+b+c}{2}$, то $\angle C = 90^\circ$.

Задача 3. Из вершины B равнобедренного треугольника ABC проведён отрезок BK , параллельный основанию AC и равный боковой стороне BC . Докажите, что точка K — центр вневписанной окружности треугольника ABC .



Задача 4. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC , а X , Y и Z — центры вневписанных окружностей. Докажите, что I — ортоцентр треугольника XYZ .

Задача 5. Вневписанная окружность треугольника ABC с центром W касается его стороны BC .

а) Найдите угол BWC , если $\angle BAC = 2\alpha$;

б) докажите, что треугольник с вершинами в центрах трёх вневписанных окружностей треугольника ABC является остроугольным.

Задача 6*. Окружность с центром O проходит через вершины A , B и центр W вневписанной окружности треугольника ABC , касающейся его стороны BC и продолжений сторон AB и AC . Докажите, что точки A , B , C и O лежат на одной окружности.

Задача 7*. Докажите, что катет прямоугольного треугольника равен сумме радиуса вписанной окружности и радиуса вневписанной окружности, касающейся этого катета.