

Геометрическая абака

Окружности

1. В треугольнике ABC проведены медианы AM и BN . Оказалось, что $\angle CAM = \angle CBN$. Найдите AC , если $BC = 14$.

2. Три окружности с центрами A , B и C попарно касаются друг друга внешним образом в точках D , E и F , причём $\angle ABC = 90^\circ$, а точка E лежит на стороне AC . Чему равен угол DEF ?

3. В треугольник ABC со сторонами $AB = 10$, $BC = 7$ и $AC = 5$ вписана окружность. Прямая, пересекающая стороны AB и BC в точках K и L , касается этой окружности. Найдите периметр треугольника MVK .

4. Дан угол $\angle AKE = 90^\circ$. Внутри него отмечена точка B и построены две окружности одинакового радиуса, причём окружность с центром O_1 касается KA в точке A и KB в точке D , а окружность с центром O_2 касается KB в точке B и KE в точке E . Оказалось, что точки A , B и O_1 лежат на одной прямой. Пусть C – точка пересечения лучей KA и O_2D , а $\angle ABD = 40^\circ$. Найдите угол ABC .

Подобные треугольники

5. В параллелограмме $ABCD$ проведены отрезки, соединяющие вершины A и B с серединами сторон BC и CD соответственно. В каком отношении делятся эти отрезки точкой пересечения?

6. Дан прямоугольный треугольник KLM . Окружность с центром на гипотенузе KL касается KM и LM в точках N и S соответственно. Чему равен радиус окружности, если $KN = 1$, а $LS = 4$?

7. Две окружности пересекаются в точках A и B . Прямая MK проходит через точку B и пересекает окружности в точках M и K (M и K лежат по разные стороны от AB). Через точки M и K проведены касательные к этим окружностям. Пусть E – точка пересечения этих касательных. Найдите AE , если $AB = 10$, $AM = 16$, $AK = 15$.

8. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD > BC$. Прямые AB и DC пересекаются в точке P , а прямые AC и BD – в точке Q . На BC выбрана точка M так, что $AM = MD$. Найдите угол QMB , если $\angle QMB = 140^\circ$.