

Простое число — это натуральное число, большее единицы, которое делится нацело только на единицу и на само себя. Остальные натуральные числа, большие единицы, называют составными. Единицу не относят ни к простым, ни к составным числам.

Основная теорема арифметики. Каждое натуральное число можно разложить на простые множители, причём такое разложение единственно с точностью до перестановки этих множителей.

Задача 1. Перечислите все делители чисел: а) $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$; б) $7 \cdot 63$; в) 1001; г) 128.

Задача 2. Не вычисляя произведения $1023 \cdot 15 \cdot 77$, выясните, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 55, 80, 121, 3069.

Задача 3. Дети ходили в лес за грибами и теперь, возвращаясь домой, идут парами. В каждой паре идут мальчик и девочка, причём у мальчика грибов в 2 раза больше, чем у девочки. Может ли всего у детей быть 100 грибов?

Задача 4. Разделите числа 2, 4, 6, 14, 42, 10, 40, 25 на две группы, так чтобы произведения всех чисел одной группы равнялось произведению всех чисел второй группы.

Задача 5. Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие – втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 864 метра. Сколько простых и сколько творческих людей "отрастили" волку хвост?

Задача 6. Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все 10 цифр по одному разу.

Задача 7. Найдите самое маленькое k , при котором $k!$ делится на 2040.

Задача 8. Незнайка хвастал своими выдающимися способностями умножать числа "в уме". Чтобы его проверить, Знайка предложил ему написать какое-нибудь число, перемножить его цифры и сказать результат. – "1210", – немедленно выпалил Незнайка. – "Ты неправ!" – сказал, подумав, Знайка. Как он обнаружил ошибку, не зная исходного числа?

Задача 9. Натуральное число n называется «хорошим», если после приписывания его справа к любому натуральному числу получается число, делящееся на n . Запишите десять «хороших» чисел, которые меньше, чем 1000. (Достаточно привести ответ.)



Дополнительные задачи

Задача 10. Про семь натуральных чисел известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из этих чисел делится на 5.

Задача 11. На доске были написаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда стёрли одно из них, то сумма девяти оставшихся оказалась равна 2020. Какие числа остались на доске?

Задача 12. Натуральное число умножили последовательно на каждую из его цифр. Получилось 1995. Найдите исходное число.

Задача 13. Существует ли самое большое простое число?

