

Признаки ромбов

▷ Ромб — это четырёхугольник, все стороны которого равны.

▷ Признаки ромба:

- если в параллелограмме равны соседние стороны, то это — ромб;
- если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то это — ромб;
- если в параллелограмме диагональ является биссектрисой, то это — ромб;
- если в четырёхугольнике обе диагонали являются биссектрисами, то это — ромб;

Задача 1. Обязательно ли будет ромбом четырёхугольник, в котором:

- равны 3 из 4 сторон;
- диагонали перпендикулярны;
- диагонали перпендикулярны и одна из них — биссектриса?

В каждом пункте нарисуйте контрпример не-ромб или докажите, что такая фигура всегда будет ромбом.

▷ Напоминание: *параллелограмм Вариньона* — это параллелограмм, вершины которого являются серединами сторон данного четырёхугольника.

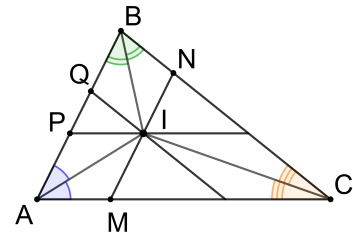
Задача 2. Докажите, что

- параллелограмм Вариньона для ромба — это прямоугольник;
- параллелограмм Вариньона для прямоугольника — это ромб.

Задача 3. Пусть P и Q — середины сторон AB и CD четырёхугольника $ABCD$, а M и N — середины диагоналей AC и BD . Докажите, что если MN и PQ перпендикулярны, то $BC = AD$.

Задача 4. Пусть I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Прямая, проходящая через I параллельно стороне AB , пересекает AC и BC в точках M и N , а прямые, проходящие через I параллельно AC и BC , пересекают AB в точках P и Q соответственно. Докажите, что

- $MN = AM + BN$;
- периметр треугольника IPQ равен длине AB .



Задача 5*. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Докажите, что точки пересечения биссектрис треугольников ABO , BCO , CDO и DAO являются вершинами ромба.