

Центральная симметрия

- ▷ *Центральная симметрия относительно точки O* — преобразование, ставящее в соответствие каждой точке A такую точку A' , что O — середина отрезка AA' . Центральная симметрия
- сохраняет расстояния (т.е. $A'B' = AB$);
 - сохраняет углы (т.е. $\angle A'B'C' = \angle ABC$);
 - имеет одну неподвижную точку (какую?).
- ▷ Если при симметрии относительно точки O фигура F переходит в себя, то O называют *центром симметрии фигуры F* .

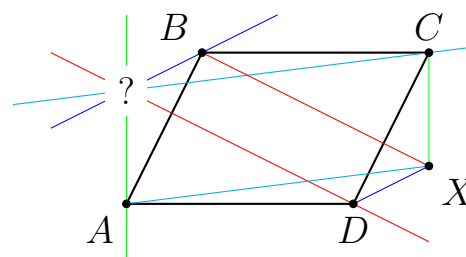
Задача 1. а) Внутри угла с вершиной A лежит точка O . Как построить отрезок с концами на сторонах данного угла и серединой в точке O ?

б) Внутри угла с вершиной A лежат точки B и C . Постройте параллелограмм, для которого точки B и C — противоположные вершины, а две другие вершины лежат на сторонах угла.

Задача 2. а) Пусть при центральной симметрии относительно точки O точка A перешла в A' , точка B — в B' . Докажите, что прямые AB и $A'B'$ либо совпадают, либо параллельны.

б) Докажите, что если у четырёхугольника есть центр симметрии, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Задача 3. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка X . Через точки A, B, C и D проведены прямые, параллельные прямым CX, DX, AX и BX соответственно. Докажите, что они пересекаются в одной точке.



Задача 4. Докажите, что противоположные стороны шестиугольника, образованного сторонами треугольника и касательными к его вписанной окружности, параллельными сторонам, равны между собой.

Задача 5*. Точка M — середина стороны AB выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Оказалось, что площадь треугольника CMD равна половине площади $ABCD$. Докажите, что $BC \parallel AD$.