

Центральная симметрия и окружности

Центральная симметрия и окружности

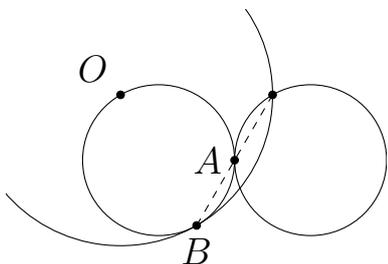
▷ *Центральная симметрия относительно точки O* — преобразование, ставящее в соответствие каждой точке A такую точку A' , что O — середина отрезка AA' .

Задача 1. Две окружности проходят через точки A и B . Постройте прямую, проходящую через точку A , на которой эти окружности высекают равные хорды.

Задача 2. Даны две окружности и точка P . а) Постройте отрезок, концы которого лежат на данных окружностях, а середина — в точке P .

б) Сколько решений может иметь эта задача?

Задача 3. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Докажите, что окружности, описанные около треугольников AOB и COD , касаются.



Задача 4. Окружности ω_1 и ω_2 радиуса 1 касаются в точке A ; центр O окружности ω радиуса 2 принадлежит ω_1 . Окружность ω_1 касается ω в точке B . Докажите, что прямая AB проходит через точку пересечения окружностей ω_2 и ω .

Задача 5. Окружность пересекает стороны AB , BC и CA треугольника ABC в точках D и E , F и G , H и K соответственно. Оказалось, что перпендикуляры в точках D , F , H к сторонам AB , BC , AC соответственно пересекаются в одной точке. Докажите, что тогда и перпендикуляры к этим сторонам, проведенные через E , G и K , пересекаются в одной точке.

Задача 6*. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведена прямая, вторично пересекающая первую окружность в точке C , а вторую — в точке D , причём точки C и D лежат по разные стороны от A . Пусть M и N — середины дуг BC и BD , не содержащих точку A , а K — середина отрезка CD . Докажите, что $\angle MKN = 90^\circ$.