

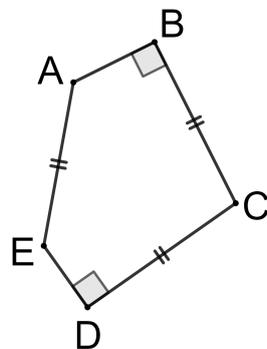
# Поворот на произвольный угол

- ▷ *Поворот вокруг точки  $O$  на угол  $\alpha$*  — преобразование, ставящее в соответствие каждой точке  $A$  такую точку  $A'$ , что  $AO = OA'$  и  $\angle AOA' = \alpha$  (угол отмеряется против часовой стрелки). Поворот
- сохраняет расстояния (т.е.  $A'B' = AB$ );
  - сохраняет углы (т.е.  $\angle A'B'C' = \angle ABC$ );
  - имеет одну неподвижную точку.

**Задача 1.** Точка  $O$  внутри выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  такова, что  $\angle AOB = \angle COD$ ,  $AO = OB$  и  $CO = OD$ . Пусть  $K$ ,  $L$  и  $M$  — середины отрезков  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что  $KL = LM$ .

**Задача 2.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $AL$  равна стороне  $AC$ . На  $AL$  выбрана точка  $K$  таким образом, что  $CK = BL$ . Докажите, что углы  $CKL$  и  $ABC$  равны.

**Задача 3.** В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$  стороны  $BC$ ,  $CD$  и  $AE$  равны 1, а  $AB + DE = 1$ . Кроме того,  $\angle ABC = \angle CDE = 90^\circ$ . Докажите, что площадь пятиугольника  $ABCDE$  равна 1.



**Задача 4.** На катетах  $CA$  и  $CB$  равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $CD = CE$ . Продолжения перпендикуляров, опущенных из точек  $D$  и  $C$  на прямую  $AE$ , пересекают гипотенузу  $AB$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно. Докажите, что  $KL = LB$ .

**Задача 5.** В четырёхугольнике  $ABCD$  диагональ  $BD$  равна сумме сторон  $AD$  и  $DC$ . Кроме того,  $AB = BC$  и  $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ . Найдите  $\angle ABC$ .