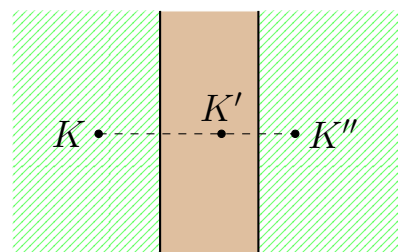


Композиция симметрий

КОМПОЗИЦИЯ СИММЕТРИЙ

- ▷ *Композиция* преобразований — это их последовательное применение.
- ▷ *Симметрия (осевая симметрия) относительно прямой a* — преобразование, ставящее в соответствие каждой точке A такую точку A' , что $AA' \perp a$ и расстояния от точек A и A' до прямой a равны. a — *ось симметрии*.
- ▷ Композиция симметрий относительно пересекающихся осей — поворот вокруг точки их пересечения на удвоенный угол между ними.
- ▷ Композиция симметрий относительно параллельных осей — параллельный перенос на удвоенный вектор между ними.

Задача 1. Через поле проходит прямая тропинка с параллельными краями. Кузнечик сначала прыгает в точку, симметричную начальному положению относительно левого края тропинки, а потом в точку, симметричную текущему положению относительно правого края (см. пример на рисунке). Для каких изначальных положений (и в поле, и на тропинке) кузнечик после прыжков окажется ближе к левому краю тропинки, чем до прыжков?



Задача 2. Прямые ℓ и m пересекаются в точке O , прямые ℓ_1 и m_1 получены из прямых ℓ и m соответственно поворотом на некоторый угол относительно точки O . Докажите, что композиция симметрий относительно ℓ и m и композиция симметрий относительно ℓ_1 и m_1 — одно и то же преобразование.

Задача 3. Докажите, что если у ограниченной фигуры есть две оси симметрии, то они пересекаются.

Задача 4. Докажите, что если у фигуры есть две перпендикулярные оси симметрии, то есть и *центр симметрии*.

Задача 5. Биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекаются в точке I . Точка B' симметрична точке B относительно AI , а точка B'' симметрична B' относительно CI . Найдите угол BIB'' , если $\angle B = 2\beta$.

Задача 6. На гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC отметили точку P так, что $BC = CP$, а на катете AB отметили такую точку P_1 , что $AP_1 = AP$. Также на гипотенузе AC отметили точку Q так, что $BA = AQ$. Затем на катете BC отметили такую точку Q_1 , что $CQ_1 = CQ$. Точка M — середина отрезка P_1Q_1 . Найдите угол AMC .