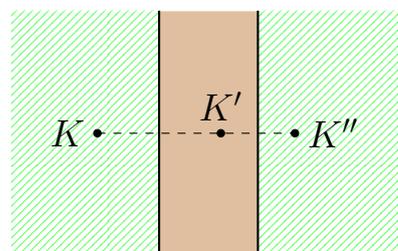


## Композиция симметрий

### КОМПОЗИЦИЯ СИММЕТРИЙ

- ▷ *Композиция* преобразований — это их последовательное применение.
- ▷ *Симметрия (осевая симметрия) относительно прямой  $a$*  — преобразование, ставящее в соответствие каждой точке  $A$  такую точку  $A'$ , что  $AA' \perp a$  и расстояния от точек  $A$  и  $A'$  до прямой  $a$  равны.  $a$  — *ось симметрии*.
- ▷ Композиция симметрий относительно пересекающихся осей — поворот вокруг точки их пересечения на удвоенный угол между ними.
- ▷ Композиция симметрий относительно параллельных осей — параллельный перенос на удвоенный вектор между ними.

**Задача 1.** Через поле проходит прямая тропинка с параллельными краями. Кузнечик сначала прыгает в точку, симметричную начальному положению относительно левого края тропинки, а потом в точку, симметричную текущему положению относительно правого края (см. пример на рисунке). Для каких изначальных положений (и в поле, и на тропинке) кузнечик после прыжков окажется ближе к левому краю тропинки, чем до прыжков?



**Задача 2.** Прямые  $\ell$  и  $m$  пересекаются в точке  $O$ , прямые  $\ell_1$  и  $m_1$  получены из прямых  $\ell$  и  $m$  соответственно поворотом на некоторый угол относительно точки  $O$ . Докажите, что композиция симметрий относительно  $\ell$  и  $m$  и композиция симметрий относительно  $\ell_1$  и  $m_1$  — одно и то же преобразование.

**Задача 3.** Докажите, что если у ограниченной фигуры есть две оси симметрии, то они пересекаются.

**Задача 4.** Докажите, что если у фигуры есть две перпендикулярные оси симметрии, то есть и *центр симметрии*.

**Задача 5.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $I$ . Точка  $B'$  симметрична точке  $B$  относительно  $AI$ , а точка  $B''$  симметрична  $B'$  относительно  $CI$ . Найдите угол  $BIB''$ , если  $\angle B = 2\beta$ .

**Задача 6.** На гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  отметили точку  $P$  так, что  $BC = CP$ , а на катете  $AB$  отметили такую точку  $P_1$ , что  $AP_1 = AP$ . Также на гипотенузе  $AC$  отметили точку  $Q$  так, что  $BA = AQ$ . Затем на катете  $BC$  отметили такую точку  $Q_1$ , что  $CQ_1 = CQ$ . Точка  $M$  — середина отрезка  $P_1Q_1$ . Найдите угол  $AMC$ .