

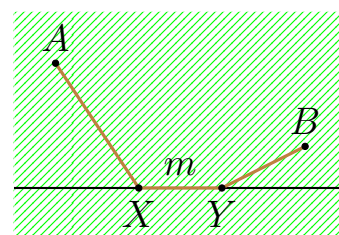
Скольльзящая симметрия и теорема Шаля

СКОЛЬЗЯЩАЯ СИММЕТРИЯ И ТЕОРЕМА ШАЛЯ

- ▷ Композиция преобразований — это последовательное их применение.
- ▷ *Скольльзящая симметрия* относительно прямой a на вектор $\vec{v} \parallel a$ — композиция осевой симметрии относительно прямой a и параллельного переноса на вектор \vec{v} . Скольльзящая симметрия
 - сохраняет расстояния (т.е. $A'B' = AB$);
 - сохраняет углы (т.е. $\angle A'B'C' = \angle ABC$);
 - не имеет неподвижных точек.

Задача 0. Докажите, что при $\vec{v} \parallel a$ действие композиции симметрии относительно a и параллельного переноса на \vec{v} не зависит от порядка применения этих преобразований.

Задача 1. По одну сторону от прямой дороги расположены деревни A и B . Где расположить на дороге остановки X и Y на расстоянии m друг от друга так, чтобы длина пути $AXYB$ была наименьшей?



- ▷ *Движение* плоскости — преобразование плоскости, сохраняющее расстояния.
- ▷ Говорят, что движение *сохраняет ориентацию*, если порядок обхода соответственных вершин в произвольном треугольнике ABC и его образе при этом движении $A'B'C'$ одинаков (по часовой или против часовой стрелки); если порядок обхода соответственных вершин в треугольнике и его образе противоположный, то такое движение *меняет ориентацию*.

Задача 2. Рассмотрим повороты, параллельные переносы, осевые симметрии и скольльзящие симметрии. Какие из этих движений сохраняют ориентацию? Сколько у каждого из них неподвижных точек? А неподвижных прямых?

Задача 3. Докажите, что любое движение *определяется тремя точками*, то есть при известных начальных и конечных положениях трёх не лежащих на одной прямой точек конечное положение любой другой точки восстанавливается однозначно.

Скользящая симметрия и теорема Шаля

СКОЛЬЗЯЩАЯ СИММЕТРИЯ И ТЕОРЕМА ШАЛЯ

Задача 4 (Теорема Шаля). Докажите, что любое движение — это композиция не более чем трёх осевых симметрий.

- ▷ Напоминание: композиция двух симметрий — либо поворот вокруг точки пересечения их осей (если они пересекаются), либо параллельный перенос на вектор, перпендикулярный их осям (если они параллельны).

Задача 5. Выясните, каким преобразованием является композиция трёх симметрий

- а) с параллельными осями;
- б) две оси которых параллельны, а третья им перпендикулярна;
- в) две оси которых параллельны, а третья их пересекает не под прямым углом;
- г) все оси которых пересекаются в одной точке;
- д) оси которых пересекаются в трёх разных точках.

Задача 6. Докажите, что любое движение плоскости — это либо тождественное преобразование, либо поворот, либо параллельный перенос, либо осевая симметрия, либо скользящая симметрия.

- ▷ Таким образом, нам уже известны все возможные движения плоскости.