

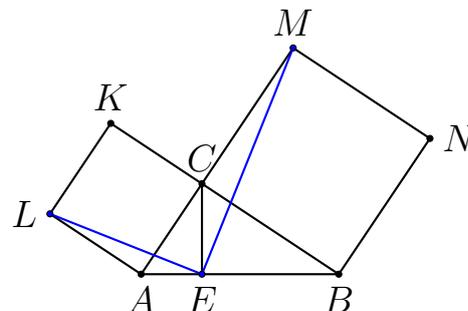
## Поворотная гомотетия

### Поворотная гомотетия

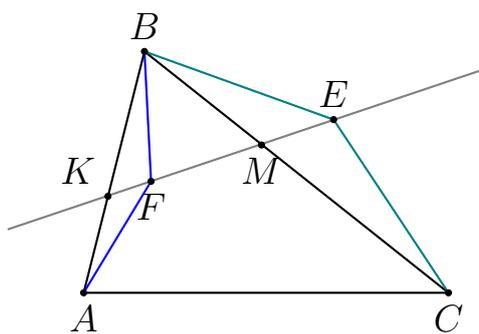
- ▷ *Композиция* преобразований — это их последовательное применение.
- ▷ *Поворотная гомотетия*  $H_O^{k,\alpha}$  — композиция гомотетии  $H_O^k$  и поворота  $R_O^\alpha$  (в любом порядке).
- ▷ Поворотная гомотетия изменяет расстояния в  $|k|$  раз, но сохраняет углы.
- ▷ Угол между прямой  $a$  и её образом  $a'$  при поворотной гомотетии равен углу поворота.

**Задача 1.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CK$  к гипотенузе  $AB$ . Докажите, что треугольник  $BCK$  можно перевести в треугольник  $CAK$  некоторой поворотной гомотетией с центром  $K$ . Чему равны коэффициент и угол, если  $\angle A = \alpha$ ?

**Задача 2.** На катетах прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  вовне построены квадраты  $ACKL$  и  $BCMN$ ;  $CE$  — высота треугольника. Докажите, что угол  $LEM$  прямой.



**Задача 3.** Дан квадрат  $ABCD$ . Точки  $P$  и  $Q$  лежат соответственно на сторонах  $AB$  и  $BC$ , причём  $BP = BQ$ . Пусть  $H$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $B$  на отрезок  $PC$ . Докажите, что  $\angle DHQ = 90^\circ$ .



**Задача 4.** На сторонах  $AB$  и  $BC$  неравнобедренного остроугольного треугольника  $ABC$  построены как на основаниях равнобедренные треугольники  $AFB$  и  $BEC$  с одинаковыми углами при основании (см. рисунок), причём  $\angle CAF = \angle ACE$ . Прямая  $FE$  пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Докажите, что треугольник  $BKM$  — равнобедренный.

**Задача 5\*.** В трапеции  $ABCD$  диагонали перпендикулярны. Точка  $M$  — середина боковой стороны  $AB$ , а точка  $N$  симметрична центру  $O$  описанной окружности треугольника  $ABD$  относительно прямой  $AD$ . Докажите, что угол  $CMN$  прямой.